



**You have downloaded a document from
RE-BUS
repository of the University of Silesia in Katowice**

Title: Mechanizmy stabilizujące fazę nadprzewodzącą typu Fulde-Ferrell-Lakin-Ovchinnikov

Author: Andrzej Ptok

Citation style: Ptok Andrzej. (2012). Mechanizmy stabilizujące fazę nadprzewodzącą typu Fulde-Ferrell-Lakin-Ovchinnikov. Praca doktorska. Katowice : Uniwersytet Śląski

© Korzystanie z tego materiału jest możliwe zgodnie z właściwymi przepisami o dozwolonym użytku lub o innych wyjątkach przewidzianych w przepisach prawa, a korzystanie w szerszym zakresie wymaga uzyskania zgody uprawnionego.



UNIwersYTET ŚLĄSKI
W KATOWICACH



Biblioteka
Uniwersytetu Śląskiego



Ministerstwo Nauki
i Szkolnictwa Wyższego

Mechanizmy stabilizujące fazę nadprzewodzącą typu Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov

Andrzej Ptok

Rozprawa doktorska wykonana w Zakładzie Fizyki Teoretycznej
Instytutu Fizyki Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach
pod kierunkiem prof. dr hab. Marcina Mierzejewskiego

Katowice 2012

Spis treści

1	Wstęp	7
1.1	Nadprzewodnictwo niekonwencjonalne	8
1.2	Faza Fulde–Ferrella–Larkina–Ovchinnikova	10
1.3	Cel pracy	19
2	Przeskok par – model Pensona–Kolba–Hubbarda	21
2.1	Podobieństwo fazy η z nadprzewodnictwem FFLO	21
2.2	Parowanie lokalne na węźle – nadprzewodnictwo o symetrii s	23
2.3	Parowanie międzywęzłowe – nadprzewodnictwo o symetrii d dla sieci kwadratowej	36
2.4	Podsumowanie	41
3	Układy z nieporządkiem	45
3.1	Wprowadzenie	45
3.2	Model teoretyczny nadprzewodnictwa FFLO z nieporządkiem	49
3.3	Faza FFLO w układach z nieporządkiem	51
3.4	Podsumowanie	54

4	Fale gęstości spinowej i ich współistnienie z fazą FFLO	55
4.1	Wprowadzenie	55
4.2	Podatności spinowe oraz podatność par Coopera	59
4.3	Współistnienie faz w stanie podstawowym	74
4.4	Podsumowanie	88
5	Zakończenie	91
A	Transformacja Bogolubowa dla układów jednorodnych	93
A.1	Energia swobodna	96
B	Transformacja Bogolubowa–Valatina dla układów niejednorodnych	99
B.1	Nadprzewodnictwo o symetrii s	99
B.2	Nadprzewodnictwo o symetrii d	102
B.3	Równania Bogolubowa–de Gennesa w przestrzeni pędowej	102
B.4	Własności równań Bogolubowa–de Gennesa	103
C	Równowagowe funkcje Greena	105
C.1	Wyznaczanie funkcji Greena	107

Przedmowa

Prezentowana rozprawa doktorska opiera się na następujących publikacjach:

- rozdział 2 – *Superconductivity in the Penson–Kolb model on a triangular lattice*, A. Ptok, M. Mierzejewski, *Acta Physica Polonica A* **114**, 209 (2008).
- rozdział 2 – *The Fulde–Ferrell–Larkin–Ovchinnikov phase in the presence of pair hopping interaction*, A. Ptok, M. M. Maśka, M. Mierzejewski, *Journal of Physics Condensed Matter* **21**, 295601 (2009).
- rozdział 3 – *The Fulde–Ferrell–Larkin–Ovchinnikov superconductivity in disordered systems*, A. Ptok, *Acta Physica Polonica A* **118**, 420 (2010).
- rozdział 4 – *Mutual enhancement of magnetism and Fulde–Ferrell–Larkin–Ovchinnikov superconductivity in CeCoIn_5* , M. Mierzejewski, A. Ptok, M. M. Maśka, *Physical Review B* **80**, 174525 (2010).
- rozdział 4 – *Coexistence of superconductivity and incommensurate magnetic order*, A. Ptok, M. M. Maśka, M. Mierzejewski, *Physical Review B* **84**, 094526 (2011).
- rozdział 1 – *The Fulde–Ferrell–Larkin–Ovchinnikov state in quantum rings*, A. Ptok, *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism* **25**, 1843 (2012).

Wstęp

Nadprzewodnictwo jest jednym z najbardziej fascynujących zjawisk odkrytych w XX wieku. Odkryte zostało przez Heikego Kamerlinga-Onnesa w Lejdzie. [1] Głównymi cechami tego zjawiska są: niemierzalnie mała rezystancja materiału (obserwowana poniżej pewnej charakterystycznej temperatury zwanej *temperaturą krytyczną* T_c) oraz idealny diamagnetyzm (tj. wypychanie z wnętrza nadprzewodnika pola magnetycznego) – tzw. *zjawisko Meissnera*. Jak się okazuje, pole magnetyczne ma istotny wpływ na zjawisko nadprzewodnictwa. Przy odpowiednio wysokim polu magnetycznym, nazywanym *polem krytycznym* h_c^1 , stan nadprzewodzący zostaje zniszczony. Cechy te w głównej mierze stanowią podstawę praktycznego wykorzystania materiałów nadprzewodnikowych.

Fizyka nadprzewodnictwa nierozzerwalnie związana jest z fizyką przejść fazowych – opisuje bowiem przejście układu ze stanu normalnego do stanu nadprzewodzącego. W opisie nadprzewodnictwa wykorzystujemy pojęcie *parametru porządku*, wprowadzone przez Lwa D. Landaua w 1937 [2], i użyte następnie przez Witalija Ł. Ginzburga i Landaua, w ich pracy dotyczącej fenomenologicznej teorii nadprzewodnictwa. [3] Podobnie jak w przypadku innych przejść fazowych, parametr porządku posiada skończoną wartość poniżej temperatury krytycznej oraz wartość równą zero powyżej tej temperatury. Ginzburg

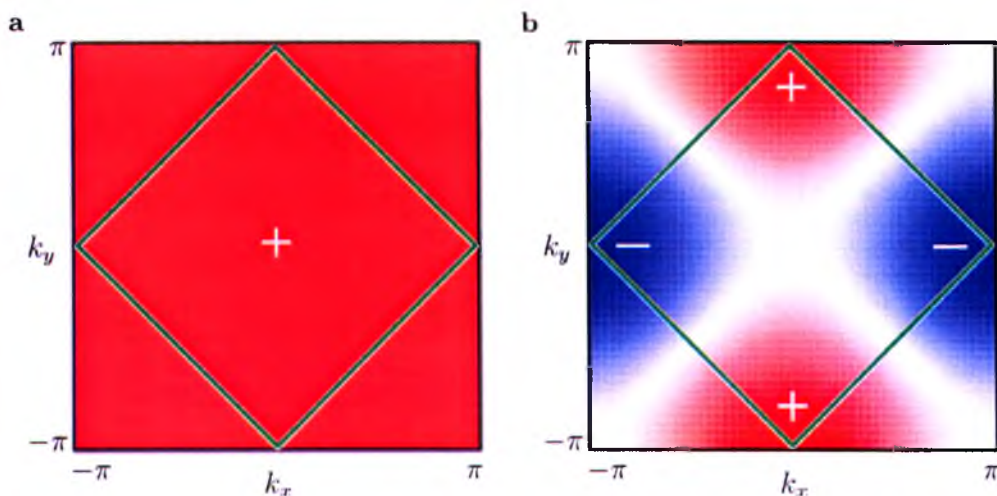
¹lub *górnym polem krytycznym* dla nadprzewodników II rodzaju

i Landau jako parametr porządku opisujący przejście metal-nadprzewodnik wybrali pewną zespoloną funkcję zmiennej rzeczywistej.

Mikroskopowa teoria nadprzewodnictwa została przedstawiona w 1957 roku przez Johna Bardeena, Leona Coopera i Roberta Shrieffera. Teoria ta nazywana jest od inicjałów nazwisk twórców teorią BCS. Zakłada się w niej, że elektrony przewodnictwa w metalu tworzą ciecz Fermiego. Stan taki dopuszcza dowolnie małe wzbudzenia elektronów. Podstawą teorii BCS jest założenie, że nośniki ładunków elektrycznych w przewodnikach mogą łączyć się w pary, nazywane *parami Coopera*, o energii mniejszej niż energia Fermiego. Dodatkowo stan podstawowy takiego układu jest oddzielony przerwą energetyczną (o skończonej wartości) od swojego najniższego stanu wzbudzonego. [4] Pary fermionów można traktować jako bozony, które podlegają kondensacji Bosego–Einsteina.

1.1 Nadprzewodnictwo niekonwencjonalne

Teorię BCS traktujemy w tym przypadku jako teorię opisującą nadprzewodnictwo konwencjonalne. Zazwyczaj niekonwencjonalne nadprzewodnictwo charakteryzuje anizotropowy rozkład szczeliny nadprzewodzącej, czego następstwem może być zmiana znaku parametru porządku w przestrzeni pędów. Jest ono przedmiotem zainteresowań wielu grup teoretycznych jak i doświadczalnych. Dla przykładu rys. 1.1 prezentuje rozpatrywane w tej rozprawie rodzaje symetrii parametru porządku. Zielone kwadraty reprezentują powierzchnie Fermiego. Nadprzewodnictwo konwencjonalne (z izotropową przerwą energetyczną) – panel a – charakteryzuje stała wartość oraz znak parametru porządku ($\Delta_{\mathbf{k}} = \Delta_0$). Nadprzewodnictwo niekonwencjonalne – panel b – charakteryzuje zmiana wartości parametru porządku dana poprzez $\Delta_{\mathbf{k}} = \Delta_0 (\cos(k_x) - \cos(k_y))$ (kolor reprezentuje zmiany wartości parametru porządku w przestrzeni pędowej). Ze względu na analogiczne zmiany znaku parametru porządku w przestrzeni pędowej, podobne do zmian znaku funkcji falowej elek-



Rysunek 1.1: Schematyczne przedstawienie zmian nadprzewodzącego parametru porządku dla symetrii *s-wave* oraz *d-wave*.

tronów na orbitalach *s* i *d*, przypadki te nazywamy odpowiednio symetrią *s-wave* oraz *d-wave*.

Nadprzewodnictwo niekonwencjonalne o symetrii *d-wave*, zaobserwowane było pierwszy raz w układach ciężkofermionowych (np. $CeCu_2Si_2$ [5], UBe_{13} [6], UPt_3 [7, 8] i URu_2Si_2 [9]), nadprzewodnikach organicznych [10, 11] oraz w nadprzewodnikach miedziowych (dla przykładu $YBa_2Cu_3O_{6+x}$ [12] i $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$ [13]).

Innymi intensywnie badanymi nadprzewodnikami niekonwencjonalnymi są *nadprzewodniki wysokotemperaturowe*. Odkryte one zostały przez Johanna G. Bednorza i Karla A. Müllera w 1986 roku. Są to związki na bazie lantanu i miedzi $La_{2-x}Ba_xCuO_4$, o strukturze perowskitu, charakteryzujące się temperaturą krytyczną rzędu 35 K. [14] Istotne znaczenie dla fizyki nadprzewodnictwa miało odkrycie nadprzewodnictwa w $YBa_2Cu_3O_{6+x}$, o temperaturze krytycznej rzędu 90 K. [15] Interesującymi materiałami wykazującymi niekonwencjonalne nadprzewodnictwo są odkryte w 2008 roku związki żelazowo-arsenowe, czyli tzw. *pniktydki* – na przykład $LaO_{1-x}Fe_xAs$. [16, 17, 18]

1.2 Faza Fulde–Ferrella–Larkina–Ovchinnikova

Innym rodzajem nadprzewodnictwa niekonwencjonalnego, będącego głównym obszarem badawczym rozważań prezentowanych w tej rozprawie, jest faza zaproponowana niezależnie przez grupy Petera Fulde’a i Richarda A. Ferrella [19] oraz Anatoly’a I. Larkina i Yurii’a N. Ovchinnikova [20] w latach 60-tych ubiegłego wieku. Niekonwencjonalność tego nadprzewodnictwa wynika z faktu, że parametr porządku zmienia znak nie w przestrzeni pędowej, lecz w przestrzeni rzeczywistej. Fulde i Ferrell zaproponowali, aby parametr porządku dany był jako

$$\Delta(\mathbf{r}) = \Delta_0 \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}), \quad (1.1)$$

natomiast Larkin i Ovchinnikov:

$$\Delta(\mathbf{r}) = \frac{\Delta_0}{2} (\exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) + \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})) = \Delta_0 \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}), \quad (1.2)$$

gdzie $\Delta_0 = \text{const}$ jest amplitudą oscylacji parametru porządku w przestrzeni rzeczywistej. Ogólnie jednak parametr porządku może być dany jako złożenie wielu fal płaskich:

$$\Delta(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^M \Delta_{\mathbf{q}_m} \exp(i\mathbf{q}_m \cdot \mathbf{r}). \quad (1.3)$$

W rozprawie tej fazy nadprzewodzące z parametrem porządku jak w (1.1), (1.2) lub (1.3) będziemy nazywać odpowiednio fazą Fulde–Ferrella (FF), fazą Larkina–Ovchinnikova (LO) oraz fazą Fulde–Ferrella–Larkina–Ovchinnikova (FFLO). Wraz ze wzrostem ilości rozważanych pędów par Coopera (M w równaniu 1.3) otrzymujemy coraz bardziej złożoną przestrzennie strukturę parametru porządku $\Delta(\mathbf{r})$. Fazy takie mogą być bardziej stabilne termodynamicznie od fazy FF i LO w najniższych temperaturach i najwyższych polach magnetycznych. [21, 22, 23]. Zagadnienie to rozpatrzone będzie również w rozdziale 3.

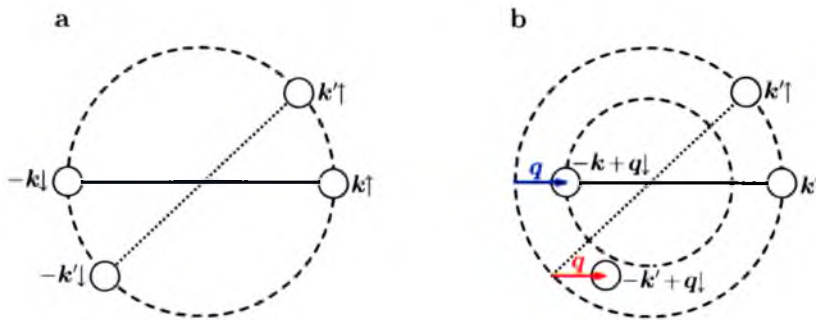
W stanie BCS pary Coopera tworzone są przez elektrony w stanie singletowym z prze-

ciwnymi pędami ($-\mathbf{k} \downarrow; \mathbf{k} \uparrow$). Wobec tego całkowity pęd par Coopera jest równy zeru. W przypadku fazy FFLO występuje nowy sparowany stan singletowy ($\mathbf{k} \uparrow; -\mathbf{k} + \mathbf{q} \downarrow$) z parami Coopera o całkowitym pędzie \mathbf{q} . W stanie FFLO następuje również łamanie symetrii translacyjnej, wynikające z obecności części oscylującej parametru porządku w równaniach (1.1), (1.2) oraz (1.3). W rezultacie pojawia się niejednorodny stan nadprzewodzący, charakteryzujący się cechami, które nie są obserwowane w przypadku stanu BCS.

Wpływ pola magnetycznego

Jak już zostało wspomniane na wstępie, pole magnetyczne posiada istotny wpływ na nadprzewodnictwo. Należy zauważyć, że zewnętrzne pole magnetyczne niszczy stan nadprzewodzący przez dwa mechanizmy – z jednej strony poprzez *efekty diamagnetyczne*, z drugiej strony poprzez *efekty paramagnetyczne*.

Efekty paramagnetyczne związane są z rozszczepieniem Zeemana. W przypadku stanu normalnego elektrony ulegają polaryzacji w zewnętrznym polu magnetycznym H . Następuje również rozsuniecie powierzchni Fermiego dla elektronów z przeciwnym spinem (paramagnetyzm Pauliego). Względne przesunięcie poziomów energetycznych elektronów liniowo zależy od zewnętrznego pola magnetycznego $\delta E \sim H$. Stan nadprzewodzący BCS z singletowymi parami Coopera nie jest stanem spolaryzowanym spinowo. W przypadku



Rysunek 1.2: Pary Coopera w stanie BCS oraz FFLO.

tym (rysunek 1.2.a) powierzchnie Fermiego elektronów z przeciwnymi spinami (reprezentowane na rysunku przez przerywane okręgi) są identyczne. Wszystkie pary Coopera mają pęd zerowy. Ze względu na ten fakt dowolnemu elektronowi ze spinem \uparrow przypisać można elektron ze spinem \downarrow . W przypadku stanu FFLO sytuacja jest odmienna (rysunek 1.2.b). W obecności pola magnetycznego następuje rozsuniecie powierzchni Fermiego dla elektronów z przeciwnymi spinami. Zatem w stanie z parami Coopera posiadającymi pęd \mathbf{q} , nie wszystkie elektrony na powierzchni Fermiego mogą być sparowane. Np. elektron z pędem $-\mathbf{k}'$, nie może tworzyć pary z elektronem z pędem $\mathbf{k}' + \mathbf{q}$, gdyż stan ten jest nieobsadzony. Występują zatem niesparowane elektrony ze spinem \uparrow (większa powierzchnia Fermiego), co prowadzi do polaryzacji układu. O ile efekty paramagnetyczne mogą destrukcyjnie wpływać na zjawisko nadprzewodnictwa konwencjonalnego BCS, o tyle są głównym czynnikiem prowadzącym do powstawania nadprzewodnictwa niekonwencjonalnego typu FFLO.

W celu powstania spolaryzowanego gazu elektronów nastąpić musi rozerwanie par Coopera. Pomijając efekty diamagnetyczne, następowało by to przy polu magnetycznym rzędu wartości szczeliny energetycznej w gęstości stanów $\sim \Delta$ – punkt ten nazywany granicą Clogston–Chandrasekhara [24, 25] lub granicą Pauliego, w przybliżeniu jest dany jako: $H_{CC} \simeq \frac{\sqrt{2}\Delta}{g\mu_B}$, gdzie g jest czynnikiem żyromagnetycznym (inaczej czynnikiem Landégo, który przyjmuje wartość $g = 2$ dla elektronów swobodnych), natomiast μ_B jest magnetonem Bohra. W niskich temperaturach dla pól magnetycznych powyżej granicy H_{CC} korzystnie energetycznie może okazać się tworzenie par Coopera z niezerowym całkowitym pędem.

W przypadku nadprzewodnictwa BCS efekty diamagnetyczne (orbitalne) prowadzą do powstania stanu mieszanego, tworząc regularną sieć Abrikosowa wirów magnetycznych równoległych do pola magnetycznego. W rzeczywistych nadprzewodnikach efekty orbitalne są zawsze obecne. W rdzeniu wirów parametr porządku zanika. Możliwość współistnienia fazy FFLO oraz sieci wirów jest bardzo złożonym problemem, badanym m. in. w modelach mi-

kroskopowych [26, 27], jak również w ramach teorii Landaua–Ginzburga. [28] Oscylacje parametru porządku skierowane są w kierunku przyłożonego pola magnetycznego $\Delta(\mathbf{r}) \parallel \mathbf{H}$, zaś linie węzłowe prostopadłe są do pola. [29, 30] Efekty orbitalne najczęściej jednak uniemożliwiają powstawanie stanu FFLO. [26] Jest to spowodowane tym, że efekty orbitalne są najczęściej dominującymi efektami niszczącymi nadprzewodnictwo już przy polu znacznie poniżej H_{CC} . W przypadku sieci dwuwymiarowych powstanie sieci wirów jest możliwe jedynie dla pola magnetycznego prostopadłego do płaszczyzny sieci. [31, 32] W dalszej części prezentowanych rozważań rozpatrujemy pole magnetyczne równoległe do sieci, wobec czego efekty orbitalne zostaną zaniedbane.

Wyniki eksperymentalne

Pomimo stosunkowo prostych rozważań teoretycznych dotyczących fazy FFLO, eksperymentalne przesłanki dotyczące istnienia tej fazy zostały zaprezentowane dopiero w ostatniej dekadzie. Jest to głównie wynikiem specyficznych warunków, jakie muszą być spełniane przez nadprzewodnik, aby mogła pojawić się w nim faza FFLO. Podstawowymi kryteriami, jakimi należałoby się kierować, poszukując układu, w którym mogłaby istnieć faza FFLO, są:

- znikomy wpływ efektów orbitalnych w stosunku do efektów paramagnetycznych tak, aby nadprzewodnictwo przetrwało aż do granicy Pauliego, [33]
- anizotropia (zagnieżdżenie) powierzchni Fermiego [34, 35] oraz niejednorodna szczerlina energetyczna [36, 37], co zwiększa stabilność fazy FFLO,
- wysoka czystość układu (ang. *clean limit*), ponieważ wierzy się, że stan FFLO jest łatwo niszczonej przez domieszki [38, 39] – zagadnienie to rozpatrywane jest w rozdziale 3 niniejszej rozprawy.

Są to warunki spełniane przez wąską klasę układów. Dopiero niedawno podjęto próbę znalezienia fazy FFLO w nadprzewodnikach organicznych oraz układach ciężkich fermionów, ze względu na fakt, iż spełniają one w/w warunki. Poza fizyką ciała stałego, interesująca wydaje się również możliwość realizacji fazy FFLO w systemach pułapkowanych fermionów.

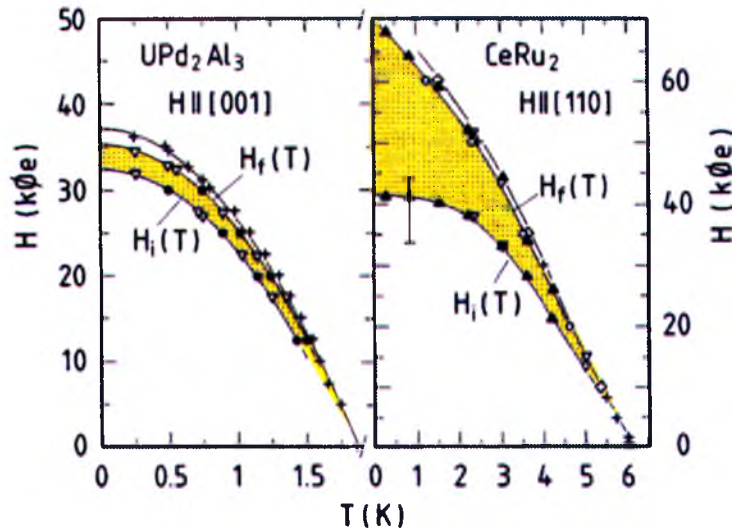
Nadprzewodniki organiczne

W przypadku *nadprzewodników organicznych* występowanie fazy FFLO zasugerowano na podstawie skoku przewodności cieplnej w *quasi*-dwuwymiarowym nadprzewodniku organicznym $\lambda - (BETS)_2GaCl_4$ [40] oraz $\lambda - (BETS)_2FeCl_4$ [41, 42, 43, 44]. Występowanie nadprzewodnictwa FFLO rozważane było także w $\kappa - (BEDT - TTF)_2Cu - (NCS)_2$ [34, 35]. W przypadku tym wskazano na możliwy wpływ fazy FFLO na sztywność wirów [45, 46]. Prezentowane przesłanki eksperymentalne sugerują możliwość występowania fazy FFLO. Należy jednak zaznaczyć, że dla tych związków nigdy nie przedstawiono jednoznacznych dowodów eksperymentalnych.

Nadprzewodniki ciężkofermionowe

Przez *układy ciężkofermionowe* rozumie się specyficzną grupę związków międzymetalicznych, zawierające składniki z elektronami na orbitalach $4f$ lub $5f$ – są to więc związki zawierających atomy ziem rzadkich lub jony aktynowców, które zachowują się jak lokalne momenty magnetyczne. Nazwa tych związków wynika z faktu, że poniżej pewnej charakterystycznej temperatury (rzędu 10 K) elektrony przewodnictwa zachowują się w silnie skorelowany sposób. Pod wpływem wzajemnego oddziaływania kulombowskiego ruch elektronów jest tak istotnie modyfikowany, że ich masa efektywna wzrasta ponad stótkrotnie. To z kolei prowadzi do niewielkiej prędkości Fermiego kwazicząstek i obniżenia wpływu efektów orbitalnych. W głównej mierze z tego faktu wynikało wielkie zainteresowanie tymi materiałami jako układami, w których możliwa jest obserwacja fazy FFLO.

Jedną z pierwszych eksperymentalnych przesłanek odkrycia fazy FFLO w układach ciężkofermionowych była analiza diagramów fazowych pole magnetyczne – temperatura ($H - T$) dla związków UPd_2Al_3 oraz $CeRu_2$. [47, 48, 49] Zaprezentowano diagramy fa-



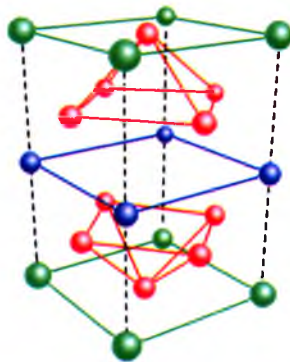
Rysunek 1.3: Diagram fazowy $H - T$ dla UPd_2Al_3 oraz $CeRu_2$. Na podstawie: [48].

zowe, uzyskane m. in. za pomocą spektroskopii rotacji mionów (μSR) – rysunek 1.3, które pokazywały, że w badanych związkach w temperaturach rzędu kilku kelwinów i względnie wysokich polach magnetycznych² (rzędu granicy Pauliego) istnieć może faza FFLO. Na rysunku tym pola H_i oraz H_f wskazują początek oraz koniec pętli histerezy. Anomalne rozszczepienie tych pól interpretuje się jako przejście od stanu mieszanego sieci zwykłych wirów Abrikosowa do fazy FFLO w płaszczyznach prostopadłych do wirów – zakolorowany obszar diagramu fazowego na rysunku 1.3 jest obszarem występowania fazy FFLO. Prezentowane wyniki potraktowano jako możliwe sugestie dotyczące możliwego istnienia fazy FFLO. Dodatkowymi czynnikami wspierającymi tę hipotezę są duże masy efektywne elektronów oraz anizotropowa szczelina – typu d -wave dla UPd_2Al_3 oraz anizotropowego s -wave dla $CeRu_2$, co jak pisałem, powinno wpływać korzystnie na powstawanie fazy

² $1Oe = \frac{1000}{4\pi} \frac{A}{m} \simeq 79.57 \frac{A}{m}$

FFLO. Należy jednak zaznaczyć, że w przypadku związków tych efekty orbitalne mają co najmniej silny wpływ na nadprzewodnictwo jak efekty paramagnetyczne. Obecnie uważa się, że obserwowane w tych związkach przejście fazowe jest związane ze zmianą struktury wirów z uporządkowanej na nieuporządkowaną. [50]

Dopiero na początku naszego wieku uwagę eksperymentatorów, jako kandydata na występowanie fazy FFLO, przykuł $CeCoIn_5$. Ze względu na wzór sumaryczny związek ten reprezentuje grupę układów nazywanych w skrócie *115*. Grupa tych związków posiada szczelinę o symetrii *d-wave* oraz charakteryzuje się strukturą warstwową, którą przedstawia rysunek 1.4 – dla $CeCoIn_5$, kolor zielony oznacza atomy ceru, niebieski – kobaltu, natomiast czerwony – indu. Związek ten posiada temperaturę krytyczną $T_c = 2.3K$, najwyższą



Rysunek 1.4: *Struktura krystaliczna $CeCoIn_5$.*

z nadprzewodników ciężkofermionowych na bazie ceru lub uranu. Warstwy cerowo-indowe sugerują wyraźny *quasi*-dwuwymiarowy charakter ruchu elektronów. [51] Potwierdzają to badania wykorzystujące efekt de Haasa–van Alphen [52] oraz pomiary szybkości relaksacji jądrowym rezonansem magnetycznym (NMR) jak i jądrowym rezonansem kwadru-polowym (NQR) [53]. Dodatkowym atutem, wynikającym z budowy tego związku, jest prawie dwukrotnie większe pole krytyczne w przypadku pola równoległego do płaszczyzn cerowo-indowych H_{c2}^{\parallel} niż pola prostopadłego H_{c2}^{\perp} . [54]

Diagramy fazowe $H - T$ prezentowane dla $CeCoIn_5$ posiadają kilka cech, które nie były obserwowane w innych nadprzewodnikach. W silnym polu magnetycznym obserwuje się przejście fazowe pierwszego rodzaju ze stanu nadprzewodzącego do stanu normalnego niezależnie od kierunku pola. Obecność fazy FFLO sugerowana jest przez wiele eksperymentów m. in. pomiary magnetyzacji³ [54], eksperymenty kalorymetryczne⁴ [29, 58, 59], pomiary prędkości ultradźwięków⁵ [30], pomiary głębokości wnikanía⁶ [55], pomiary magnetostrykcji⁷ [56] oraz przesunięć Knighta w spektroskopii NMR⁸ [57]. W przypadku $\mathbf{H}||ab$ jak i $\mathbf{H} \perp ab$, przejście pierwszego rodzaju, kończy się przy temperaturze rzędu, odpowiednio, $\sim 0.3T_c$ oraz $\sim 0.4T_c$, powyżej której przejście fazowe zmienia się na przejście drugiego rodzaju. Przejście pierwszego rodzaju w górnym polu krytycznym wskazuje, że efekty paramagnetyczne dominują nad orbitalnymi w obu kierunkach. Potwierdzają to wartości górnych pól krytycznych – wartości te oszacowano na podstawie diagramów fazowych, dla efektów orbitalnych wynosiłyby 38.6 T oraz 17.7 T odpowiednio dla $\mathbf{H}||ab$ oraz $\mathbf{H} \perp ab$ w przypadku granicy Pauliego, pola te określone są odpowiednio jako 11.8 T oraz 4.95 T. [60]

Najistotniejszy jednak argument, sugerujący występowanie w układzie tym nadprze-

³Przeprowadza się pomiary magnetyzacji $M(H)$ w pobliżu H_{c2} . Nieciągłość zmiany magnetyzacji $\frac{dM}{dH}$ może sugerować przejście fazowe.

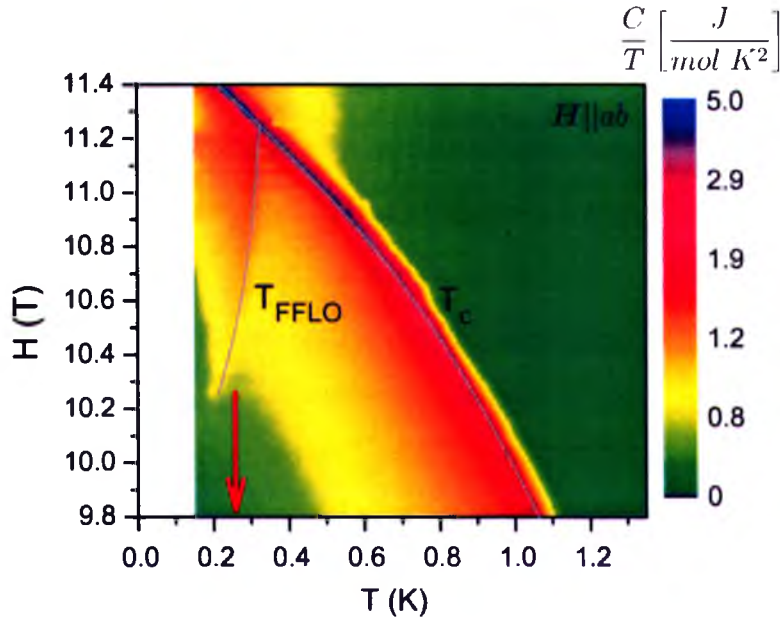
⁴Anizotropia przewodności cieplnej wskazuje na anizotropię we wzbudzeniach kwazicząstek. W stanie FFLO anizotropia w widmie wzbudzeń kwazicząstek powinna być zauważalna, ze względu na ich *quasi*-dwuwymiarowy charakter.

⁵Przy przejściu układu do stanu FFLO, powinno obserwować się zmianę sprężystości sieci wirów. Zmiany te, mogą być wykryte poprzez pomiary USG. W badaniach tych, fale dźwiękowe są sprzężone, z siecią wirów, które są zakotwiczone przez defekty w kryształach. Modyfikacje rozpraszania dźwięków umożliwiają zaobserwowanie zmian sieci wirów i tym samym przejścia fazowego.

⁶Głębokość wnikanía jest mierzona w płaszczyźnie $ab||\mathbf{H}$, w niskich temperaturach w pobliżu H_{c2} . Jej wzrost interpretuje się jako zmniejszenie gęstości nadciekłego stanu par Coopera, co może sugerować wystąpienia fazy FFLO.

⁷Jest to zjawisko polegające, na powstaniu odkształceń pod wpływem pola magnetycznego. Obserwacja polega na pomiarze odkształceń w funkcji pola magnetycznego. Nieciągłość sugeruje przejście fazowe wewnątrz fazy nadprzewodzącej.

⁸Pomiar wykorzystuje zmiany w częstotliwości NMR. Dokonuje się analizy spektralnej NMR w reżimie występowania FFLO. Wystąpienie stanów pośrednich pomiędzy widmami stanu normalnego i stanu nadprzewodzącego interpretuje się jako przejaw istnienia fazy FFLO.



Rysunek 1.5: Diagram fazowy $H - T$ uzyskany poprzez pomiar ciepła właściwego dla CeCoIn_5 . Na podstawie: [59].

wodnictwa niekonwencjonalnego FFLO, został przedstawiony w publikacji [59] – zaprezentowano pomiary ciepła właściwego, w reżimie niskich temperatur oraz wysokich pól magnetycznych – rysunek 1.5. Zaobserwowano dwa anomalne skoki ciepła właściwego. Nieciągłość wielkości tej wskazuje na występowanie przejścia fazowego. Zaobserwowano więc dwa przejścia fazowe – na rysunku 1.5 w temperaturze oznaczonej jako T_c oraz T_{FFLO} – jedno przejście fazowe ze stanu nadprzewodzącego do stanu normalnego (T_c) oraz dodatkowe przejście fazowe wewnątrz fazy nadprzewodzącej dla $T_{FFLO} \simeq 0.25\text{K}$. Efekt ten zaobserwowano dla pól magnetycznych $\mathbf{H}||ab$ jak i $\mathbf{H} \perp ab$, z tym, że w drugim przypadku obszar możliwego występowania fazy FFLO był mniejszy. Wystąpienie przejścia fazowego w niskich temperaturach i wysokim polu magnetycznym zostało uznane za oznakę powstania fazy FFLO. Dodatkowo pomiary magnetyzacji układu pozwalają wykluczyć stan nadprzewodzący typu BCS. [61]

Pułapkowane fermiony

Ciekawa także wydaje się możliwość realizacji fazy FFLO w układach pułapkowanych fermionów. Dla gazów fermionowych czynnikiem prowadzącym do powstawania fazy FFLO może być polaryzacja układu. W sieciach optycznych przygotowuje się specjalnie mieszaniny fermionów, w których uzyskuje się polaryzację poprzez zwiększenie liczby cząstek z wybranym *quasi*-spinem. [62, 63] Obliczenia teoretyczne dla takich mieszanin wykazują, że stabilną termodynamicznie fazą jest faza nadprzewodząca typu FFLO. [64, 65] Innymi czynnikami stabilizującymi fazę FFLO, w przypadku mieszanin fermionów, mogą być niejednorodności masowe. [66] Cecha ta także może wpływać na stabilizację fazy FFLO w przypadku układów ciężkofermionowych z masą zależną od spinu. [67, 68, 69]

Jedną z głównych cech nadprzewodnictwa FFLO jest łamanie symetrii translacyjnej układu. Okazuje się, że również w układach o symetrii obrotowej można spodziewać się spontanicznego łamania tej symetrii. [70] W przypadku spolaryzowanego gazu fermionów możliwość taką sugeruje się m. in. dla pułapek toroidalnych [71], dysków pierścieniowych [72] oraz harmonicznego potencjału pułapkującego [73].

1.3 Cel pracy

Obecne techniki pomiarowe, w reżimie niskich temperatur i silnych pól magnetycznych, nie umożliwiają jednoznacznego potwierdzenia eksperymentalnego istnienia fazy FFLO. Ze względu na specyficzne warunki, jakie muszą zostać spełnione przez układ, aby możliwa była w nim realizacja nadprzewodnictwa niekonwencjonalnego FFLO, istotne wydaje się określenie czynników stabilizujących tę fazę. W niniejszej rozprawie rozpatruję wpływ kilku mechanizmów na stabilność fazy FFLO:

- wpływ przeskoku par – w rozdziale 2,

- wpływ niejednorodności układu – w rozdziale 3,
- wpływ fal gęstości spinowej – w rozdziale 4.

Szczególnie istotne znaczenie ma ostatni z mechanizmów. Głównym celem jest stwierdzenie, czy obserwacja fal gęstości spinowej przemawia za lub przeciw obecności fazy FFLO w $CeCoIn_5$.

Przeskok par – model

Pensona–Kolba–Hubbarda

2.1 Podobieństwo fazy η z nadprzewodnictwem FFLO

W rozdziale tym analizujemy wpływ przeskoku par elektronów na fazę FFLO. Mechanizm taki, zaproponowany po raz pierwszy przez K. A. Pensona i M. Kolba w 1986 roku [74], opisany jest poprzez wyraz w hamiltonianie:

$$H_J = J \sum_{\langle i,j \rangle} c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\downarrow}^\dagger c_{j\uparrow} c_{j\downarrow}, \quad (2.1)$$

gdzie $c_{i\sigma}$ ($c_{i\sigma}^\dagger$) jest operatorem anihilacji (kreacji) elektronu ze spinem σ w i -tym węźle sieci, J jest całką przeskoku pary elektronów pomiędzy najbliższymi sąsiadami $\langle i, j \rangle$.

Wyraz taki pojawia się przy wyprowadzeniu modelu ciasnego wiązania. [75] Jego źródłem są korelacje kulombowskie, które prowadzą do przeskoku par Coopera dla $J > 0$ (tzw. odpychający model Pensona–Kolba). Formalnie wyraz ten jest elementem pozadiagonalnym oddziaływania kulombowskiego elektronów $J = (ii|\frac{-e^2}{r}|jj)$. [76] W modelach fenomenologicznych przyjmuje się, że J przyjmuje wartości zarówno dodatnie, jak i ujemne.

Oddziaływanie to może również wynikać ze sprzężenia elektron–fonon. [77, 78] Wyraz ten pojawia się również w efektywnych hamiltonianach, opisujących gaz fermionowy w pułapce optycznej w reżimie silnego oddziaływania. [79, 80, 81, 82]

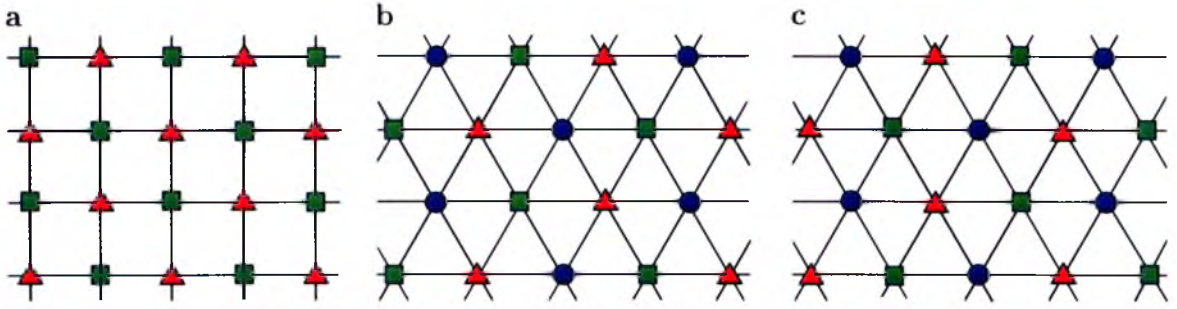
Przeskok par, jako mechanizm tworzenia par Coopera, jest ciekawy ze względu na swoje własności:

- może powodować powstawanie niejednorodnej fazy nadprzewodzącej tzw. fazy η – w sieci kwadratowej [83], jak i trójkątnej [84],
- faza η jest odporna na orbitalne rozrywanie par Coopera. [85]

Obie cechy, może traktować jako przesłanki, iż mechanizm ten może sprzyjać stabilizacji fazy FFLO.

Faza η

Faza η opisana została po raz pierwszy przez Chen Ninga Franklina Yanga w pracy [83]. Faza ta, pomimo iż występuje bez zewnętrznego pola magnetycznego, jest szczególnym przypadkiem fazy FFLO – parametr porządku dany jest poprzez równanie (1.1), natomiast pęd par Coopera jest równy pędowi odpowiadającemu wierzchołkom pierwszej strefy Brillouina (z angielskiego *first Brillouin zone* – FBZ) – w przypadku sieci kwadratowej (π, π) , natomiast dla sieci trójkątnej $(\frac{2}{3}\pi, \frac{2}{\sqrt{3}}\pi)$ lub równoważnemu $(\frac{4}{3}\pi, 0)$. [84] Pędy te odpowiadają realizacji parametru porządku w przestrzeni rzeczywistej przedstawionej na rys. 2.1. Faza ta charakteryzuje się stałym modulem parametru porządku $|\Delta_0|$. W przypadku sieci kwadratowej (rys. 2.1 a) otrzymujemy dwie podsieci, w których parametr porządku przyjmuje w przestrzeni rzeczywistej wartości $\Delta_i = \Delta_0$ lub $\Delta_i = -\Delta_0$ (oznaczone odpowiednio jako kwadrat i trójkąt). W przypadku sieci trójkątnej (rys. 2.1 b i c, odpowiednio dla pędów $(\frac{2}{3}\pi, \frac{2}{\sqrt{3}}\pi)$ i $(\frac{4}{3}\pi, 0)$), mamy trzy podsieci, w których $\Delta_i = \Delta_0$, $\Delta_i = \Delta_0 \exp(i\frac{2}{3}\pi)$ oraz $\Delta_i = \Delta_0 \exp(-i\frac{2}{3}\pi)$ (co jest oznaczone odpowiednio poprzez koło,



Rysunek 2.1: Realizacja fazy η dla sieci kwadratowej i trójkątnej. Na podstawie: [84].

kwadrat i trójkąt). Dodatkowo pokazano, że w stanie η występuje również kwantowanie strumienia magnetycznego i efekt Meissnera. [83, 86] Dlatego też nawet w przypadku braku zewnętrznego pola magnetycznego, przeskok par sprzyja tworzeniu par Coopera z niezerowym pędem.

2.2 Parowanie lokalne na węźle – nadprzewodnictwo o symetrii s

Rozpatrujemy dwuwymiarową (2D) sieć kwadratową oraz trójkątną, opisywaną fenomenologicznym modelem Pensona–Kolba–Hubbarda (PKH), z przyciągającym oddziaływaniem na węźle, czyli przyciągający model Hubbarda [75, 87] rozszerzony o wyraz opisujący przeskoki par – tj. wyraz Pensona–Kolba (2.1):

$$H = H_0 + H_U + H_J, \quad (2.2)$$

$$H_0 = -t \sum_{\langle i,j \rangle \sigma} c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} - (\mu + \sigma h) \sum_i c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma}, \quad (2.3)$$

$$H_U = U \sum_i c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\uparrow} c_{i\downarrow}^\dagger c_{i\downarrow}, \quad (2.4)$$

$$H_J = J \sum_{\langle i,j \rangle} c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\downarrow}^\dagger c_{j\uparrow} c_{j\downarrow},$$

gdzie t jest całką przeskoku elektronu pomiędzy najbliższymi sąsiadami $\langle i, j \rangle$, μ jest potencjałem chemicznym oraz h jest zewnętrznym polem magnetycznym. $U < 0$ określa energię przyciągania dwóch elektronów z przeciwnym spinem w danym węźle sieci. $J > 0$ jest całką przeskoku par. W przypadku braku oddziaływania U model PKH przechodzi w model Pensona–Kolba, podobnie w przypadku braku przeskoku par, model przechodzi w przyciągający model Hubbarda.

Rozszczepienie Zeemana uwzględnione jest przez przeskalowane pole magnetyczne $h = \frac{1}{2}g\mu_B|\mathbf{H}|$, gdzie g to czynnik żyromagnetyczny, μ_B jest magnetonem Bohra oraz \mathbf{H} jest zewnętrznym polem magnetycznym równoległym do sieci. Wobec tego zaniedbujemy efekty orbitalne.

Dokonując przybliżenia średniego pola¹ (z angielskiego średnie pole *mean field* – MF) dla wyrazów opisujących oddziaływania kwantowe w hamiltonianie (2.2), otrzymujemy:

$$c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\downarrow}^\dagger c_{j\downarrow} c_{j\uparrow} = \langle c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\downarrow}^\dagger \rangle c_{j\downarrow} c_{j\uparrow} + c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\downarrow}^\dagger \langle c_{j\downarrow} c_{j\uparrow} \rangle - \langle c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\downarrow}^\dagger \rangle \langle c_{j\downarrow} c_{j\uparrow} \rangle. \quad (2.5)$$

Definiujemy nadprzewodzący parametr porządku (z angielskiego *order parameter* – OP), jako:

$$\Delta_i = \langle c_{i\downarrow} c_{i\uparrow} \rangle. \quad (2.6)$$

¹ Zakładamy niewielką wartość fluktuacji kwantowych. W przypadku dwóch operatorów A i B mamy:

$$(A - \langle A \rangle)(B - \langle B \rangle) = AB - A\langle B \rangle - \langle A \rangle B + \langle A \rangle \langle B \rangle \approx 0,$$

skąd iloczyn operatorów przybliżyć możemy jako:

$$AB \approx A\langle B \rangle + \langle A \rangle B - \langle A \rangle \langle B \rangle.$$

Wobec tego hamiltonian (2.2) w przybliżeniu MF przyjmuje postać:

$$\begin{aligned}
 H = & -t \sum_{\langle i,j \rangle \sigma} c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} - (\mu + \sigma h) \sum_i c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma} \\
 & + U \sum_i (\Delta_i^* c_{i\uparrow} c_{i\downarrow} + h.c.) - U \sum_i |\Delta_i|^2 + J \sum_{\langle i,j \rangle} (\Delta_i^* c_{j\uparrow} c_{j\downarrow} + h.c.) - J \sum_{\langle i,j \rangle} \Delta_i^* \Delta_j
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Przy przejściu z przestrzeni rzeczywistej do pędowej² wyraz (2.3) przyjmuje postać:

$$H = \sum_{\mathbf{k}\sigma} [\mathcal{E}_{\mathbf{k}} - (\mu + \sigma h)] c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma}, \tag{2.8}$$

gdzie relacja dyspersyjna przyjmuje postać:

$$\mathcal{E}_{\mathbf{k}} = -t \sum_{\mathbf{d}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{d}), \tag{2.9}$$

gdzie \mathbf{d} jest wektorem określającym względne położenie sąsiednich węzłów. Dla sieci kwadratowej $\mathbf{d} \in \{\pm\hat{x}, \pm\hat{y}\}$, wobec czego przyjmuje ona postać:

$$\mathcal{E}_{\mathbf{k}} = -2t (\cos(k_x) + \cos(k_y)), \tag{2.10}$$

dla sieci trójkątnej natomiast $\mathbf{d} \in \{\pm\hat{x}, \frac{1}{2}\hat{x} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{y}, -\frac{1}{2}\hat{x} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{y}\}$, stąd relacja dyspersyjna:

$$\mathcal{E}_{\mathbf{k}} = -2t \left(\cos(k_x) + 2 \cos\left(\frac{1}{2}k_x\right) \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}k_y\right) \right). \tag{2.11}$$

² Zmiana reprezentacji opisana jest poprzez wzory transformacyjne:

$$\begin{aligned}
 c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_i \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}_i) c_{i\sigma}^\dagger, & c_{\mathbf{k}\sigma} &= (c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger)^\dagger = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_i \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}_i) c_{i\sigma}, \\
 c_{i\sigma}^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}_i) c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger, & c_{i\sigma} &= (c_{i\sigma}^\dagger)^\dagger = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}_i) c_{\mathbf{k}\sigma}.
 \end{aligned}$$

W dalszej części przyjmujemy oznaczenie:

$$\mathcal{E}_{k\sigma} = \mathcal{E}_{\mathbf{k}} - (\mu + \sigma h), \quad (2.12)$$

jako zmodyfikowaną relację dyspersyjną, dla elektronu ze spinem σ w polu magnetycznym h dla potencjału chemicznego μ .

W ogólności rozpatrujemy fazę FFLO, w której OP opisany jest równaniem (1.3):

$$\Delta(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^M \Delta_{q_m} \exp(i\mathbf{q}_m \cdot \mathbf{r}).$$

Hamiltonian w przestrzeni pędów przyjmuje wówczas postać:

$$\begin{aligned} H = & \sum_{\mathbf{k}\sigma} \mathcal{E}_{k\sigma} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma} \\ & + \sum_{m=1}^M U \sum_{\mathbf{k}} \left(\Delta_{q_m}^* c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}_m\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} + h.c. \right) - \sum_{m=1}^M U |\Delta_{q_m}|^2 N \\ & - \sum_{m=1}^M \frac{J\mathcal{E}_{q_m}}{t} \sum_{\mathbf{k}} \left(\Delta_{q_m}^* c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}_m\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} + h.c. \right) + \sum_{m=1}^M \frac{J|\Delta_{q_m}|^2 \mathcal{E}_{q_m} N}{t}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

$N = \sum_{\mathbf{k}} 1$ jest liczbą węzłów sieci, natomiast M jest liczbą rozpatrywanych pędów par Coopera \mathbf{q}_m . Jak łatwo zauważyć, zdefiniować możemy efektywny potencjał parujący:

$$U_{eff}(\mathbf{q}_m) = U - \frac{J\mathcal{E}_{q_m}}{t}. \quad (2.14)$$

Hamiltonian zapisać możemy zatem jako:

$$H = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \mathcal{E}_{k\sigma} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma} + \sum_{m=1}^M U_{eff}(\mathbf{q}_m) \sum_{\mathbf{k}} \left(\Delta_{q_m}^* c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}_m\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} + h.c. \right) - \sum_{m=1}^M U_{eff}(\mathbf{q}_m) |\Delta_{q_m}|^2 N. \quad (2.15)$$

Metoda rozwiązań

Dla ogólnej postaci OP, danej równaniem (1.3), hamiltonian nie może zostać zdiagnozowany, gdyż wiązałoby się to z diagonalizacją nieskończonej macierzy hermitowskiej. Zatem zagadnienie to musi być uproszczone do zagadnienia własnego o skończonej macierzy hermitowskiej. Oznacza to, że musimy ograniczyć liczbę dopuszczalnych pędów par Coopera M . W przypadku *fazy FF* przyjmujemy $M = 1$. Wówczas dopuszczalny jest jeden pęd par Coopera \mathbf{q} . OP dany jest jako (1.1):

$$\Delta(\mathbf{r}) = \Delta_{\mathbf{q}} \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})$$

lub w przestrzeni pędowej:

$$\Delta_{\mathbf{q}} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \langle c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} \rangle, \quad (2.16)$$

natomiast hamiltonian przyjmuje postać:

$$H = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma} c_{\mathbf{k}\sigma}^{\dagger} c_{\mathbf{k}\sigma} + U_{eff}(\mathbf{q}) \sum_{\mathbf{k}} \left(\Delta_{\mathbf{q}}^* c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} + h.c. \right) - U_{eff}(\mathbf{q}) |\Delta_{\mathbf{q}}|^2 N \quad (2.17)$$

i sprowadza się do zagadnienia, które może być rozwiązane analitycznie z wykorzystaniem *transformacji Bogolubowa* (dodatek A). Potencjał termodynamiczny dany jest jako:

$$\Omega = -kT \ln \text{Tr} \exp(-\beta H) \quad (2.18)$$

$$= -kT \sum_{\mathbf{k}, \alpha=\pm} \ln (1 + \exp(-\beta E_{\mathbf{k}, \alpha})) + \sum_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} - U_{eff}(\mathbf{q}) |\Delta_{\mathbf{q}}|^2 N, \quad (2.19)$$

gdzie $E_{\mathbf{k}, \alpha}$ są energiami własnymi układu:

$$E_{\mathbf{k}, \pm} = \frac{1}{2} \left[\mathcal{E}_{\mathbf{k}\uparrow} - \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} \pm \sqrt{(\mathcal{E}_{\mathbf{k}\uparrow} + \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow})^2 + 4U_{eff}^2(\mathbf{q}) |\Delta_{\mathbf{q}}|^2} \right]. \quad (2.20)$$

W przypadku *fazy LO* parametr porządku dany jest poprzez (1.2):

$$\Delta(\mathbf{r}) = \Delta_q (\exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) + \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})) = 2\Delta_q \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}).$$

Zakładamy, że dopuszczalne są dwa przeciwne pędy par Coopera \mathbf{q} oraz $-\mathbf{q}$, a odpowiadające im amplitudy OP są takie same i równe Δ_q . Hamiltonian przyjmuje postać:

$$H = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma} + U_{eff}(\mathbf{q}) \sum_{\mathbf{k}} \left(\Delta_q^* (c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} + c_{-\mathbf{k}-\mathbf{q}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow}) + h.c. \right) - 2U_{eff}(\mathbf{q}) |\Delta_q|^2 N. \quad (2.21)$$

W odróżnieniu od fazy FF hamiltonianu tego nie można zdiagnozować analitycznie. Dla skończonego układu zagadnienie to sprowadzamy do zagadnienia własnego, którego rozwiązanie odbywa się numerycznie (np. z wykorzystaniem bibliotek numerycznych *LAPACK*). Hamiltonian sprowadzamy do formy macierzowej:

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{A}^\dagger \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{A} + \sum_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} - 2U_{eff}(\mathbf{q}) |\Delta_q|^2 N, \quad (2.22)$$

definiując *spinory Nambu* jako:

$$\mathbf{A} \equiv \begin{bmatrix} \vdots \\ c_{\mathbf{k}\uparrow} \\ \vdots \\ c_{\mathbf{l}\downarrow}^\dagger \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \text{oraz} \quad \mathbf{A}^\dagger = \left[\dots \quad c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger \quad \dots \quad c_{\mathbf{l}\downarrow} \quad \dots \right]. \quad (2.23)$$

Macierz \mathbf{H} przyjmuje postać:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\uparrow) & \mathbf{V} \\ \mathbf{V}^* & -\mathbf{K}(\downarrow) \end{bmatrix}, \quad (2.24)$$

gdzie $\mathbf{K}(\sigma)$ oraz \mathbf{V} są macierzami opisującymi odpowiednio hamiltonian jednocząstkowy (relację dyspersyjną) oraz wyraz parujący. Elementy macierzowe dane są jako:

$$(\mathbf{K}(\sigma))_{\mathbf{k},l} = \mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma} \delta_{\mathbf{k},l}, \quad \mathbf{V}_{\mathbf{k},l} = \Delta_{\mathbf{q}} (\delta_{-\mathbf{k}+\mathbf{q},l} + \delta_{-\mathbf{k}-\mathbf{q},l}). \quad (2.25)$$

Zagadnienie własne macierzy \mathbf{H} sprowadzamy do zagadnienia macierzy klatkowych. W ramach poszczególnych macierzy klatkowych występują jednocząstkowe stany Blocha o pędach $\mathbf{k}, \mathbf{k} + \mathbf{q}, \mathbf{k} + 2\mathbf{q}, \dots, \mathbf{k} + (L-1)\mathbf{q}$, gdzie L jest wymiarem liniowym układu. W przypadku takim rozwiązanie zagadnienia własnego powyższego hamiltonianu w przypadku układu $L \times L$ sprowadza się do rozwiązania L zagadnień własnych macierzy $(2L \times 2L)$.

W przypadku fazy LO, energie swobodną określamy jako:

$$\Omega = -kT \sum_{\text{blok}} \sum_{\mathbf{k} \in \text{blok}} \ln(1 + \exp(-\beta E_{\mathbf{k}})) + \sum_{\text{blok}} \sum_{\mathbf{k} \in \text{blok}} \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}} - 2U_{eff}(\mathbf{q}) |\Delta_{\mathbf{q}}|^2 N, \quad (2.26)$$

gdzie $E_{\mathbf{k}}$ są wartościami własnymi danej macierzy klatkowej (danego bloku).

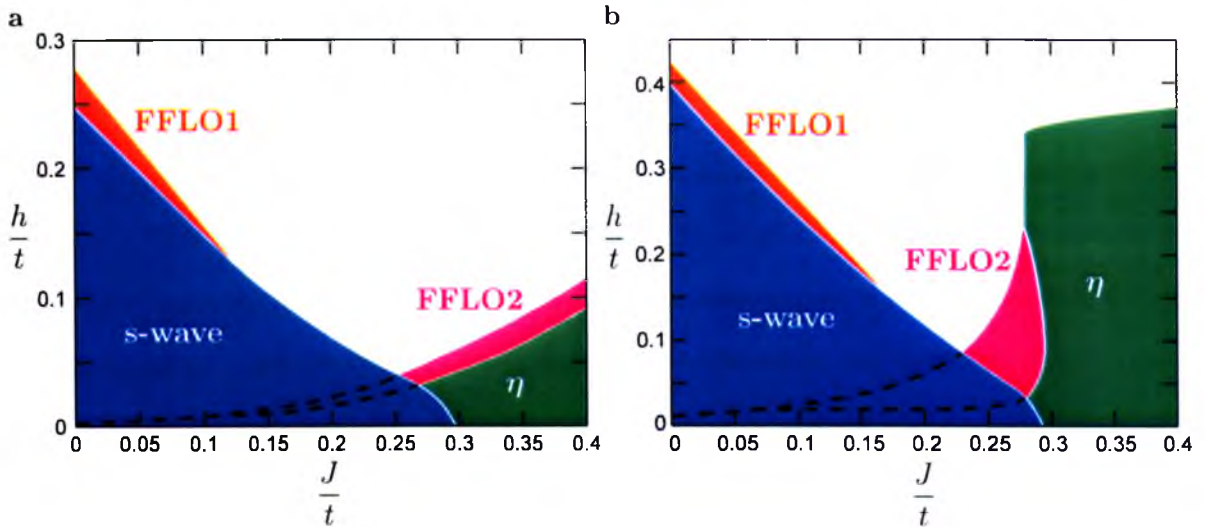
Wyniki obliczeń numerycznych

Rozpatruję sieć kwadratową oraz trójkątną w temperaturze $T \rightarrow 0$, przyjmując odpowiednio $U = -2.0t$ oraz $U = -2.5t$. Analizę układu rozpoczynamy od fazy FF, co pozwala na oszacowanie granic występowania nadprzewodnictwa niekonwencjonalnego. Stabilność fazy określona zostaje na podstawie minimalizacji wielkiego potencjału termodynamicznego względem określonej amplitudy $|\Delta_{\mathbf{q}}|$ oraz pędu par Coopera \mathbf{q} . Obliczenia zostały przeprowadzone dla $\mu = 0t$ w przypadku sieci kwadratowej oraz $\mu = 2t$ w przypadku sieci trójkątnej. Wartości potencjału chemicznego odpowiadają położeniom osobliwości van Hove'a w gęstości stanów, a tym samym najwyższym temperaturom przejść fazowych. Do-

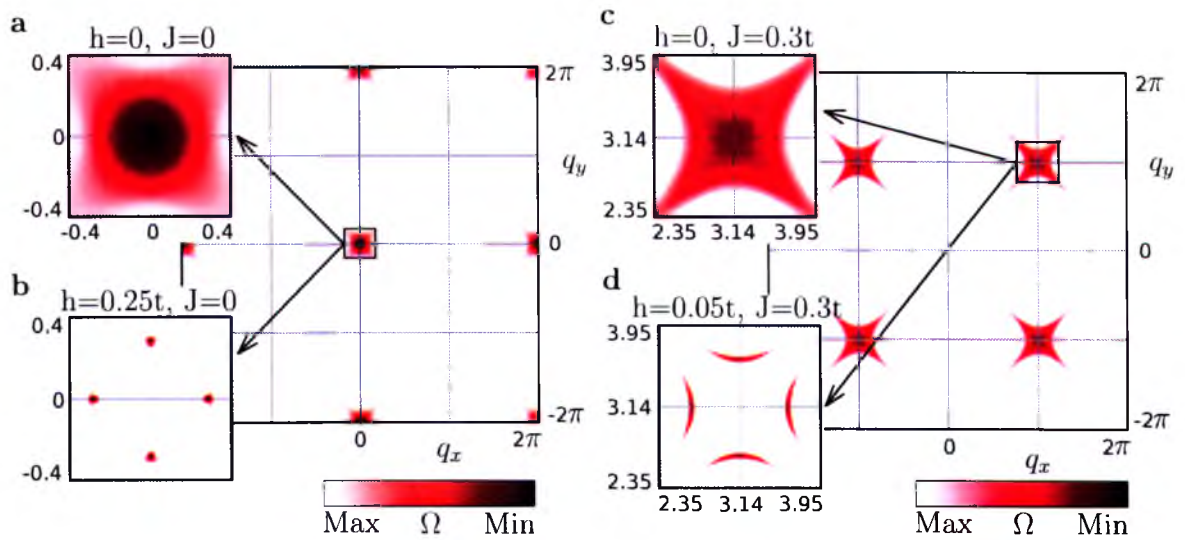
konujemy porównania danych uzyskanych dla obu sieci.

Pierwszym celem było sprawdzenie, jak przeskok par wpływa na własności fazy FFLO. Rysunek 2.2 prezentuje diagramy fazowe w zależności od zewnętrznego pola magnetycznego h oraz wartości całki przeskoku par J dla sieci kwadratowej (panel a) oraz trójkątnej (panel b). Dla odpowiednich rodzajów sieci sprawdziliśmy również, jaki pęd par Coopera q minimalizuje energię swobodną Ω dla szczególnych h oraz J – wykres 2.3 dla sieci kwadratowej oraz wykres 2.4 dla sieci trójkątnej.

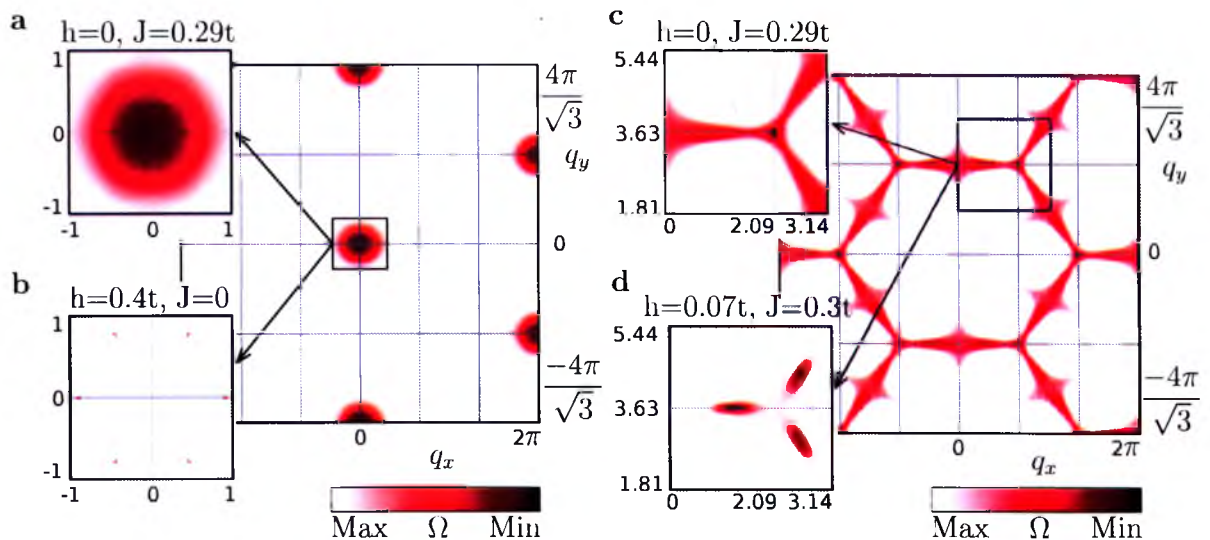
Przy braku zewnętrznego pola magnetycznego stabilne są dwie fazy nadprzewodzące niezależnie od rodzaju sieci. Dla małych wartości J istnieje izotropowa faza BCS – wykres 2.3.a oraz 2.4.a. Dla większych wartości J faza η – wykres 2.3.c oraz 2.4.c. Dla fazy η minima energii odpowiadają pędom z wierzchołków FBZ (zgodnie z podrozdziałem 2.1), co w przestrzeni rzeczywistej daje OP, jak zaprezentowany na rysunku 2.1. Stabilność fazy η wynika z faktu, że całka przeskoku par jest dodatnia, a pary przeskakują pomiędzy różnymi podsieciami. Minima energii występują wówczas, gdy OP w różnych podsieciach mają przeciwne fazy (znaki). Jest to możliwe w przypadku sieci dwudzielnej (dla sieci kwadra-



Rysunek 2.2: Diagram fazowy, dla sieci kwadratowej (panel a) oraz trójkątnej (panel b).



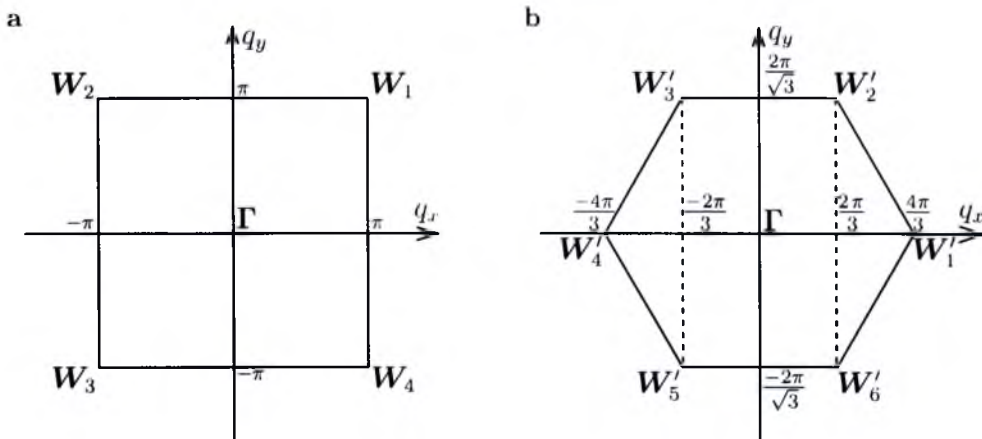
Rysunek 2.3: Minimum wielkiego potencjału termodynamicznego zminimalizowany względem $|\Delta_{\mathbf{q}}|$ dla danego $\mathbf{q} = \{q_x, q_y\}$ dla sieci kwadratowej. Parametry h i J podane powyżej małych paneli.



Rysunek 2.4: Minimum wielkiego potencjału termodynamicznego zminimalizowany względem $|\Delta_{\mathbf{q}}|$ dla danego $\mathbf{q} = \{q_x, q_y\}$ dla sieci trójkątnej. Parametry h i J podane powyżej małych paneli.

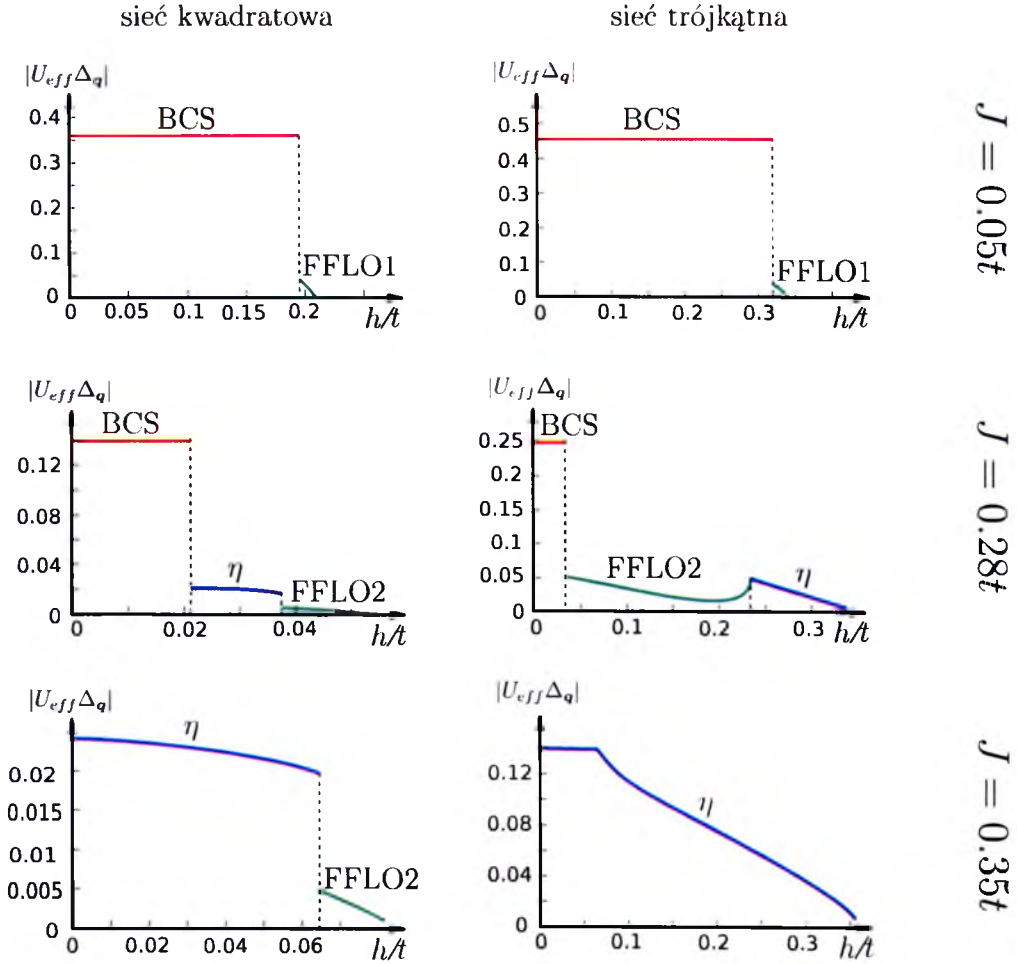
towej)). W przypadku sieci trójkątnej sytuacja jest bardziej skomplikowana, a różnica faz pomiędzy różnymi podsieciami wynosi $\frac{2}{3}\pi$.

W obecności zewnętrznego pola magnetycznego istnieją cztery różne nadprzewodzące fazy. Oprócz izotropowego nadprzewodnictwa typu s oraz nadprzewodnictwa η , istnieją dwie dodatkowe fazy, które dalej będziemy nazywać fazami FFLO1 oraz FFLO2. Badania całkowitego pędu par Coopera (panele b i d na wykresach 2.3 oraz 2.4) pozwalają na powiązanie ich odpowiednio z parowaniem typu s oraz η . W przypadku FFLO1 pędy par Coopera znajdują się blisko punktu Γ – centrum FBC, natomiast w przypadku FFLO2 na krawędzi w pobliżu wierzchołków FBZ (oznaczonych jako W na rysunku 2.5). Z diagramów fazowych wynika, że faza FFLO2 występuje w niższych polach magnetycznych niż FFLO1. Faza FFLO1 powstaje z nadprzewodnictwa konwencjonalnego s w obecności silnego pola magnetycznego – co zachodzi dla obu sieci. Podobnie FFLO2 ewoluuje z fazy η . W przypadku sieci trójkątnej faza FFLO2 jest stabilna jedynie dla pośrednich pól magnetycznych h , jak i umiarkowanych wartości całek przeskoku par J – panel b wykresu 2.2. Dodatkowo zaskakuje fakt, że dla sieci trójkątnej wraz ze zmianą pola magnetycznego mogą następować dwa przejścia fazowe: pierwsze nieciągłe przejście fazowe z s do FFLO2



Rysunek 2.5: Pierwsza strefa Brillouina dla sieci kwadratowej (panel a) i trójkątnej (panel b).

oraz drugie ciągle przejście fazowe z FFLO2 do fazy η (wykres 2.6). Na podstawie analizy danych numerycznych określiliśmy również, że przejścia fazowe z fazy s do FFLO1 są zawsze przejściami nieciągłymi, podczas gdy z faz FFLO1 i FFLO2 do stanu normalnego przejściami ciągłymi. Również dla sieci kwadratowej, przejście z fazy η do fazy FFLO2, jest nieciągłe.



Rysunek 2.6: $|U_{eff} \Delta_q|$ w funkcji pola magnetycznego h .

Jak wiadomo, w przypadku braku przeskoku par, faza LO posiada niższą energię stanu podstawowego niż FF. [19] Dotyczy to w szczególności fazy z pędem par Coopera umiejscowionym blisko środka FBZ (punkt Γ) – tj. FFLO1. W badanym przypadku prze-

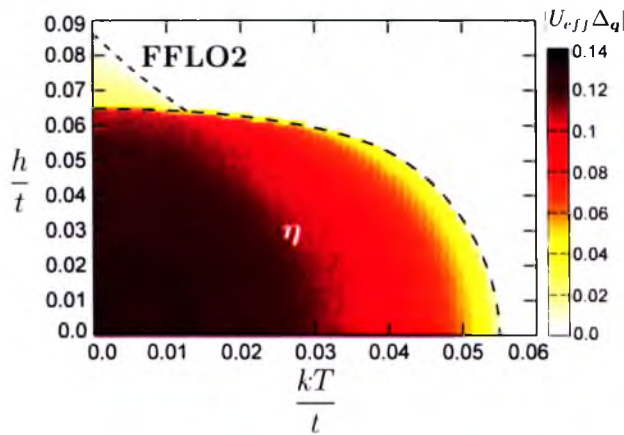
przewodziliśmy numeryczną analizę dla pędów umiejscowionych blisko wierzchołków FBZ (punktów W na rysunku 2.5) – tj. FFLO2, przy $M = 2$. Wykazała ona, że również w tym przypadku faza LO jest bardziej stabilna niż FF. Wynik ten został uzyskany na podstawie obliczeń numerycznych, przeprowadzonych poprzez rozwiązanie zagadnienia (2.22) dla układu 200×200 . W związku z tym istnieje proste rozróżnienie pomiędzy fazami FFLO1 i FFLO2. Dla obu realizacji $\Delta_i \sim \cos(\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{q})$, przy czym dla FFLO1 $|\mathbf{q}| \ll 1$, natomiast dla FFLO2 $|\mathbf{q}| \approx \pi$. Wpływa to w znaczący sposób na przestrzenną oscylację OP. W przypadku FFLO2 okres oscylacji jest rzędu stałej sieciowej. Ponieważ całkowity pęd par Coopera \mathbf{q} jest blisko $\Pi = (\pi, \pi)$, można zapisać: $\mathbf{q} = \Pi - \mathbf{q}'$, wówczas: $\Delta_i \sim \cos(\mathbf{R}_i \cdot (\Pi - \mathbf{q}')) = \cos(\mathbf{R}_i \cdot \Pi) \cdot \cos(\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{q}')$. Zatem profil przestrzenny OP wyznaczony jest przez dwie funkcje oscylujące. Przy czym pierwsza z nich odpowiedzialna jest za zmianę znaku w sąsiednich węzłach sieci, co oznacza, że FFLO2 zachowuje podstawowe własności fazy η . Drugi czynnik jest odpowiedzialny za powolne zmiany wartości OP $|\Delta_i|$, co jest cechą charakterystyczną fazy LO.

Na podstawie przeprowadzonej analizy nie można wykluczyć, że faza FFLO2 dla $M > 2$ jest bardziej stabilna, podobnie jak ma to miejsce dla FFLO1. [88] Dlatego też rzeczywiste granice FFLO2 mogą obejmować nieco wyższe pola magnetyczne niż przedstawione na diagramie fazowym 2.2.

Do tej pory analizowany był układ dwuwymiarowy z polem magnetycznym równoległym do płaszczyzn. W przypadku tym, efekty orbitalne są zanedbywane. Należałoby je jednak uwzględnić, jeśli pole posiada składową niezerową w kierunku płaszczyzny lub układ jest trójwymiarowy (rola efektów orbitalnych została omówiona w podrozdziale 1.2). Faza η , jest jednak szczególnie odporna na orbitalne rozrywanie par. [85] Dlatego też można oczekiwać, że faza FFLO2 jako faza, która wyewoluowała z fazy η , również będzie posiadała tę cechę. Dodatkowo może to w istotny sposób wpływać na własności diagramów fazowych. Mianowicie, linie przerywane na wykresie 2.2 pokazują zakres faz η i FFLO2 przy

założeniu, że s oraz FFLO1 są całkowicie niszczone przez efekty orbitalne. W przypadku takim nawet małe wartości całki przeskoku par powinny powodować powstawanie fazy η oraz FFLO2 w polach magnetycznych dostatecznie silnych, by niszczyć nadprzewodnictwo konwencjonalne. Ta hipoteza powinna być potwierdzona przez obliczenia dla FFLO2 z uwzględnieniem efektów orbitalnych – zagadnienie to jednak ze względu na złożoność numeryczną wymaga przeprowadzenia dalszych obliczeń.

Zbadaliśmy również diagram fazowy $h - T$ dla sieci kwadratowej przy $J = 0.35t$ – wykres 2.7. Jest to wartość całki przeskoku par, dla której w przypadku braku zewnętrznego pola magnetycznego stanem podstawowym jest faza η – wykres 2.2.a. Na podstawie otrzymanych danych widzimy, że pomimo niekonwencjonalnego charakteru faz η oraz FFLO2, diagram fazowy jest podobny do analogicznych diagramów fazowych BCS – FFLO1. Faza FFLO2 występuje w zakresie silnych pól magnetycznych i niskich temperatur, czyli w typowym zakresie występowania fazy FFLO. Przejście fazowe z fazy η do FFLO2 jest nieciągłe, natomiast z FFLO2 do stanu normalnego ciągłe.



Rysunek 2.7: $|U_{eff} \Delta_q|$ w funkcji pola magnetycznego h i temperatury kT dla sieci kwadratowej, przy $J = 0.35t$.

2.3 Parowanie międzywęzłowe – nadprzewodnictwo o symetrii d dla sieci kwadratowej

Najsilniejsze przesłanki eksperymentalne sugerujące występowanie fazy FFLO zostały otrzymane dla nadprzewodników ciężkofermionowych, gdzie spodziewamy się nadprzewodnictwa typu d . Z tego powodu prezentujemy wyniki analogiczne do przedstawionych w poprzednim podrozdziale dla modelu z parowaniem międzywęzłowym.

W przypadku oddziaływania międzywęzłowego rozpatrujemy układ opisany hamiltonianem:

$$H = H_0 + H_J + H_V, \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} H_0 &= -t \sum_{\langle i,j \rangle \sigma} c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} - (\mu + \sigma h) \sum_i c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma} \\ H_J &= J \sum_{\langle i,j \rangle} c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\downarrow}^\dagger c_{j\uparrow} c_{j\downarrow}, \end{aligned}$$

gdzie H_0 jest częścią kinetyczną, opisującą przeskoki elektronów (2.3), natomiast H_J jest częścią kinetyczną, opisującą przeskoki par (2.1). Oddziaływanie międzywęzłowe opisujemy poprzez:

$$H_V = V \sum_{\langle i,j \rangle \sigma} c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma} c_{j\bar{\sigma}}^\dagger c_{j\bar{\sigma}}, \quad (2.28)$$

gdzie $V < 0$ opisuje energię oddziaływania parującego między elektronami z przeciwnymi spinami, znajdującymi się w sąsiednich węzłach sieci. Wyraz ten w MFA przyjmuje postać:

$$H_V^{MFA} = 2V \sum_{\langle i,j \rangle} \left(\langle c_{i\uparrow}^\dagger c_{j\downarrow}^\dagger \rangle c_{j\downarrow} c_{i\uparrow} + h.c. \right) - 2V \sum_{\langle i,j \rangle} \langle c_{i\uparrow}^\dagger c_{j\downarrow}^\dagger \rangle \langle c_{j\downarrow} c_{i\uparrow} \rangle, \quad (2.29)$$

co po przejściu do przestrzeni pędów można zapisać jako:

$$\begin{aligned}
 H_V^{MFA} &= 2V \sum_{m=1}^M \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{l}} \left(\gamma(\mathbf{k} - \mathbf{l}) \langle c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}_m\downarrow}^\dagger \rangle c_{-\mathbf{l}+\mathbf{q}_m\downarrow} c_{\mathbf{l}\uparrow} + h.c. \right) \\
 &- 2V \sum_{m=1}^M \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{l}} \gamma(\mathbf{k} - \mathbf{l}) \langle c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}_m\downarrow}^\dagger \rangle \langle c_{-\mathbf{l}+\mathbf{q}_m\downarrow} c_{\mathbf{l}\uparrow} \rangle,
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

gdzie $\gamma(\mathbf{k}) = 2(\cos(k_x) + \cos(k_y))$. Współczynnik ten rozłożyć możemy na *czynniki strukturalne*³ określające rodzaj symetrii OP. W rozpatrywanym przypadku zakładamy, że OP posiada symetrię *d-wave*, wobec czego przyjmujemy:

$$\gamma(\mathbf{k} - \mathbf{l}) \longrightarrow \frac{1}{4} d(\mathbf{k}) d(\mathbf{l}) \tag{2.31}$$

gdzie definiujemy:

$$d(\mathbf{k}) = 2(\cos(k_x) - \cos(k_y)). \tag{2.32}$$

Postać czynnika $d(\mathbf{k})$ odpowiedzialna jest za charakterystyczną zmianę znaku OP w przestrzeni pędów – rysunek 1.1.b. Ostatecznie otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
 H_V^{MFA} &= \frac{V}{2} \sum_{m=1}^M \frac{1}{N} \left(\sum_{\mathbf{k}} d(\mathbf{k}) \langle c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}_m\downarrow}^\dagger \rangle \sum_{\mathbf{l}} d(\mathbf{l}) c_{-\mathbf{l}+\mathbf{q}_m\downarrow} c_{\mathbf{l}\uparrow} + h.c. \right) \\
 &- \frac{V}{2} \sum_{m=1}^M \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} d(\mathbf{k}) \langle c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}_m\downarrow}^\dagger \rangle \sum_{\mathbf{l}} d(\mathbf{l}) \langle c_{-\mathbf{l}+\mathbf{q}_m\downarrow} c_{\mathbf{l}\uparrow} \rangle.
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

³ Podczas rozkładu otrzymujemy:

$$\gamma(\mathbf{p} - \mathbf{k}) = 2(\cos(p_x) \cos(k_x) + \sin(p_x) \sin(k_x) + \cos(p_y) \cos(k_y) + \sin(p_y) \sin(k_y)),$$

co sprowadzić można do czynników strukturalnych $\cos(k_x) - \cos(k_y)$ i $\cos(k_x) + \cos(k_y)$ opisujących odpowiednio parowanie singletowe typu *d* i tzw. rozszerzone parowanie typu *s*, oraz $\sin(k_x) - \sin(k_y)$ i $\sin(k_x) + \sin(k_y)$ odpowiedzialne za parowanie trypletowe. Ostatnie trzy nie są rozpatrywane w tej rozprawie.

Dla uproszczenia ograniczamy się do fazy FF ($M = 1$). Definiujemy OP o symetrii d jako:

$$\bar{\Delta}_{\mathbf{q}m} = \frac{1}{2N} \sum_{\mathbf{k}} \gamma(\mathbf{k}) \langle c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}m\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} \rangle. \quad (2.34)$$

W przestrzeni pędów hamiltonian (2.27) przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} H &= \sum_{\mathbf{k}\sigma} \mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma} \\ &+ \sum_{\mathbf{k}} \left\{ \left(U_{eff}(\mathbf{q}) \Delta_{\mathbf{q}}^* + V d(\mathbf{k}) \bar{\Delta}_{\mathbf{q}}^* \right) c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} + h.c. \right\} \\ &- U_{eff}(\mathbf{q}) |\Delta_{\mathbf{q}}|^2 N - 2V |\bar{\Delta}_{\mathbf{q}}|^2 N, \end{aligned} \quad (2.35)$$

gdzie $\mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma}$ jest relacją dyspersyjną (2.12), $U_{eff}(\mathbf{q})$ jest efektywnym potencjałem parującym, zależnym od J (relacja 2.14 przy $U = 0$).

W przeciwieństwie do parowania na węzle (podrozdział 2.2) w hamiltonianie występują dwa OP, dane poprzez relacje (2.16) i (2.34). Pierwszy OP $\Delta_{\mathbf{q}}$ wynika z niezerowego efektywnego potencjału parującego $U_{eff} \neq 0$ i posiada symetrię s . Drugi $\bar{\Delta}_{\mathbf{q}}$ o symetrii d , wynika z niezerowego oddziaływania międzywęzłowego $V \neq 0$. Oba jednak należy traktować jako amplitudy OP z tym samym całkowitym pędem \mathbf{q} ze względu na zależność OP od średnich typu $\langle c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}m\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} \rangle$.

Podobnie jak uprzednio, za pomocą transformacji Bogolubowa (dodatek A), określić możemy wartości własne hamiltonianu:

$$E_{\mathbf{k},\pm} = \frac{1}{2} \left[\mathcal{E}_{\mathbf{k}\uparrow} - \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} \pm \sqrt{(\mathcal{E}_{\mathbf{k}\uparrow} + \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow})^2 + 4|U_{eff}(\mathbf{q})\Delta_{\mathbf{q}} + Vd(\mathbf{k})\bar{\Delta}_{\mathbf{q}}|^2} \right] \quad (2.36)$$

oraz energię swobodną:

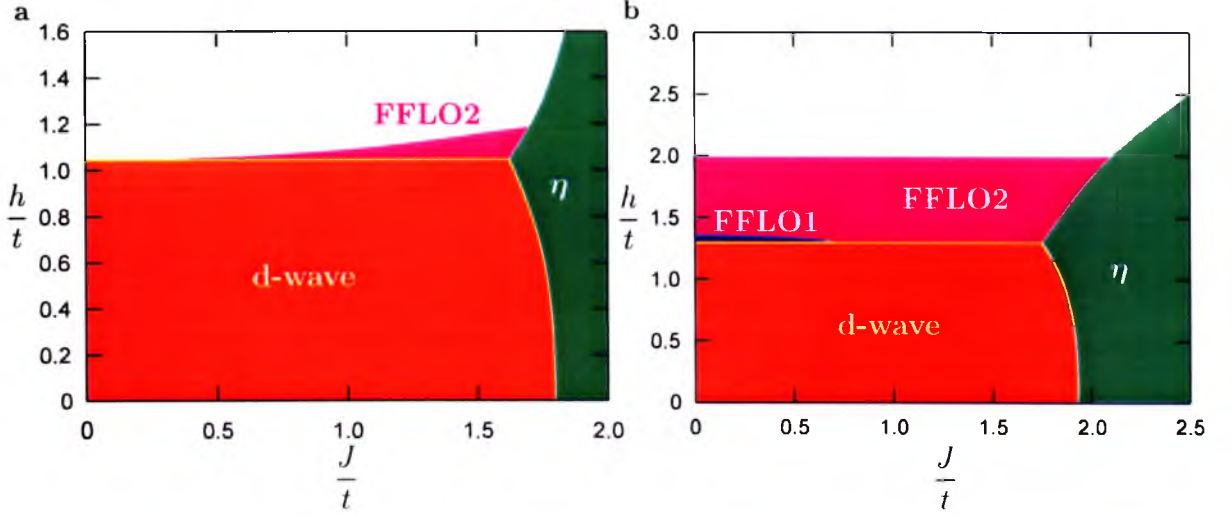
$$\Omega = -kT \sum_{\mathbf{k}, i=\pm} \ln(1 + \exp(-\beta E_{\mathbf{k},i})) + \sum_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} - U_{eff}(\mathbf{q}) |\Delta_{\mathbf{q}}|^2 N - 2V |\bar{\Delta}_{\mathbf{q}}|^2 N. \quad (2.37)$$

Wyniki obliczeń numerycznych

Obecność dwóch parametrów porządku sprawia, że zagadnienie nadprzewodnictwa o symetrii d OP w obecności przeskoku par (będącego źródłem OP o symetrii s) jest problemem numerycznie bardziej skomplikowanym, niż w przypadku oddziaływania na węzle – podrozdział 2.2. Współistnienie OP o symetrii s oraz d w fazie FFLO może znacząco zwiększyć górne pole krytyczne. [88] W celu uniknięcia zbyt wielu parametrów modelu ograniczamy się dalej do analizy przypadku z $U = 0$.

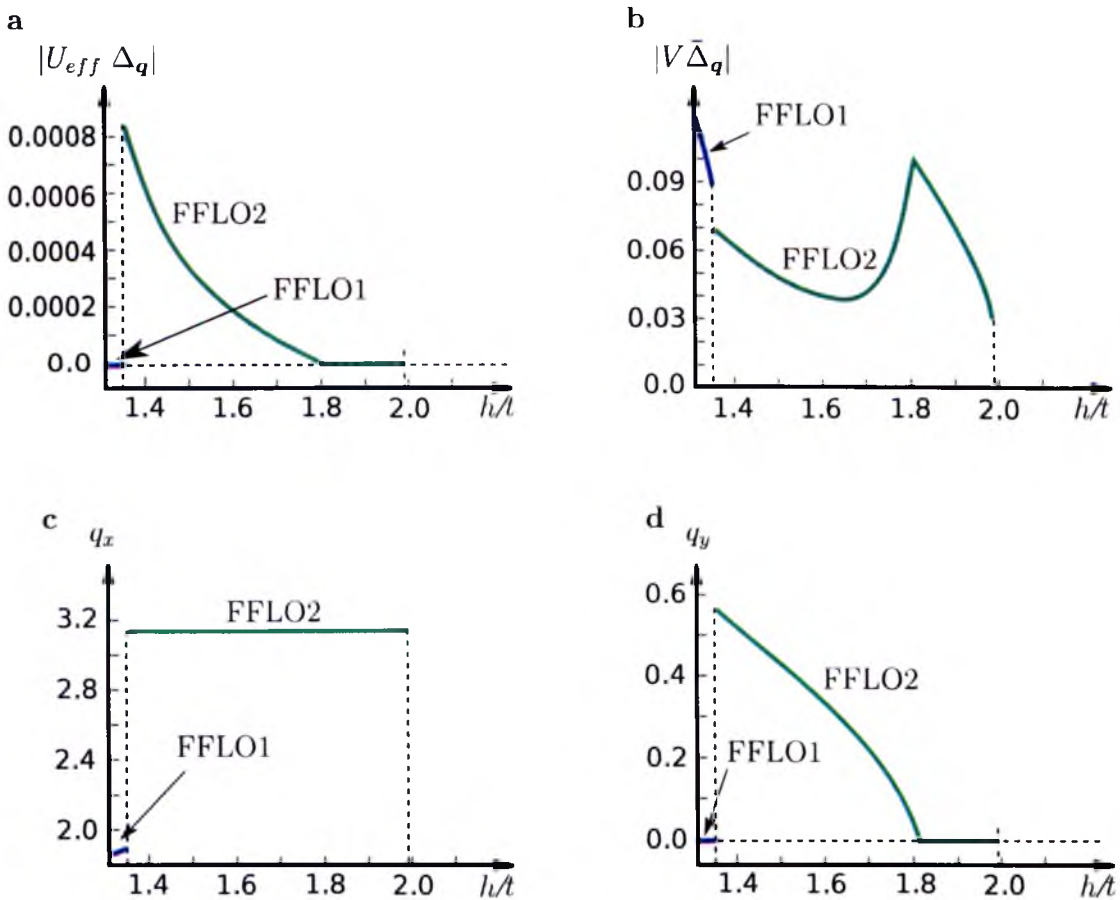
Energię swobodną układu Ω należy traktować jako funkcję pięciu zmiennych: dwóch składowych wektora \mathbf{q} , dwóch wartości OP oraz względnej fazy ϕ pomiędzy dwoma OP $\Delta_{\mathbf{q}}$ oraz $\bar{\Delta}_{\mathbf{q}}$. W przypadku, gdy jeden z OP zanika, Ω nie zależy od ϕ . W celu przeanalizowania współistnienia obu OP należałoby rozważyć wszystkie możliwe wartości parametru ϕ . Jednak ze względów numerycznych ograniczamy się do $\phi \in \{0, \pm\frac{\pi}{2}, \pi\}$, a następnie dokonujemy minimalizacji względem pozostałych parametrów. Otrzymane diagramy fazowe, prezentowane są na wykresie 2.8 – oczywiście ich dokładne granice mogą być nieco inne, ze względu na inne dopuszczalne wartości ϕ .

Podobnie jak uprzednio, dostatecznie silne pole prowadzi do powstania fazy FF. W zależności od wartości $|\mathbf{q}|$, można i w tym przypadku wyróżnić fazy FFLO1 i FFLO2. W pierwszym przypadku $\bar{\Delta}_{\mathbf{q}} \neq 0$ oraz $\mathbf{q} = (0, q_y)$, przy $q_y < \pi$ – pęd par Coopera znajduje się blisko środka FBZ. Wówczas efektywny potencjał parujący $U_{eff}(\mathbf{q})$ jest dodatni (posiada charakter odpychający), co jest powodem zerowania OP o symetrii s $\Delta_{\mathbf{q}} = 0$. Dla fazy FFLO2 natomiast $\mathbf{q} = (\pi, q_y)$ przy $q_y < \pi$. Efektywny potencjał parujący ma charakter przyciągający $U_{eff}(\mathbf{q}) < 0$. W przypadku tym oba OP są jednocześnie różne od zera. Silnie kontrastuje to z wynikami uzyskanymi bez pola magnetycznego, gdzie układ może znajdować się albo w czystym stanie d -wave, lub czystym η . Należy zauważyć, że dla (realistycznych) średnich wartości J , przy braku pola magnetycznego, otrzymujemy czysty stan d -wave.



Rysunek 2.8: Diagram fazowy stabilnych faz dla sieci kwadratowej z parowaniem międzywęzłowym V . Wyniki uzyskane dla $V = -2.0t$ (panel a) oraz $V = -2.5t$ (panel b).

W celu szczegółowego zbadania współistnienia faz określiliśmy zależność $|U_{eff}(\mathbf{q})\Delta_{\mathbf{q}}|$ (gdzie $U_{eff}(\mathbf{q})$ dany jest przez zależność 2.14)) oraz $|V\bar{\Delta}_{\mathbf{q}}|$ od pola magnetycznego h – rysunek 2.10, odpowiednio panele a i b. Dodatkowo zaprezentowaliśmy również zależność składowych wektora \mathbf{q} od pola magnetycznego, przy $J = 0.3t$ (rysunek 2.9 panele c i d). Pomimo dominującej roli OP o symetrii d , nie bez znaczenia w fazie FFLO2 jest $\Delta_{\mathbf{q}}$. Dla wystarczająco silnego pola magnetycznego OP jest właściwie niezależny od całki przeskoku par – rysunek 2.10.b – granice faz występują dla ustalonych pól magnetycznych (przerwane linie). Wyjaśniamy to w następujący sposób: zwiększenie pola magnetycznego zmienia wektor \mathbf{q} , co modyfikuje efektywny potencjał parujący (na węzle) $U_{eff}(\mathbf{q})$. W granicznym przypadku $U_{eff}(\mathbf{q}) = 0$ (rysunek 2.9.a). W przypadku takim górne pole krytyczne zależne jest jedynie od potencjału parującego V pomiędzy węzłami. Efekt ten może również wyjaśnić niemonotoniczny przebieg $\bar{\Delta}_{\mathbf{q}}$ (rysunek 2.9.b). Zanik lokalnych par Coopera powoduje wzrost OP dla parowania międzywęzłowego.

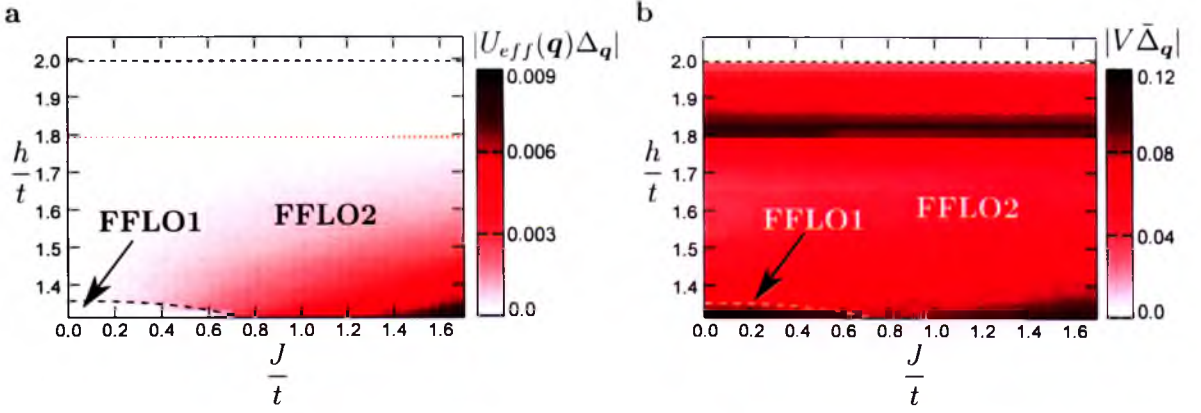


Rysunek 2.9: Zależność od pola magnetycznego h : wartości $|U_{eff}(\mathbf{q})\Delta_q|$ (panel a), $|V\bar{\Delta}_q|$ (panel b), q_x (panel c) oraz q_y (panel d). Przyjęto $T = 0$, $V = -2.5t$ oraz $J = 0.3t$.

2.4 Podsumowanie

W rozdziale tym analizowaliśmy wpływ przeskoku par na fazę FFLO. Mechanizm ten, występujący samodzielnie, prowadzi do powstawania parowania typu η – jest to specyficzna odmiana nadprzewodnictwa FFLO, w której pary Coopera posiadają pęd odpowiadający wierzchołkom FBZ. W przestrzeni rzeczywistej odpowiada to podziałowi sieci na dwie (w przypadku sieci kwadratowej) lub trzy (w przypadku sieci trójkątnej) podsieci, w których OP przyjmuje stałą fazę.

Występowanie w układzie mechanizmu przeskoku par prowadzi do powstania dodatko-



Rysunek 2.10: Wartości $|U_{eff}(\mathbf{q})\Delta_{\mathbf{q}}|$ (panel a) oraz $|V\bar{\Delta}_{\mathbf{q}}|$ (panel b) dla różnych wartości h oraz J dla $T = 0$ oraz $V = -2.5t$. Przerywane linie pokazują granice faz FFLO1 i FFLO2. W panelu a zaznaczono zanikanie $|U_{eff}(\mathbf{q})\Delta_{\mathbf{q}}|$ – czerwona przerywana linia.

wego czynnika parującego. Mechanizm ten bez wątpienia nie jest dominującym czynnikiem parującym, jednakże, jak pokazaliśmy, może mieć istotny wpływ na nadprzewodnictwo występujące w układzie. Szczególnie interesujące okazały się wyniki, sugerujące możliwość powstawania dwóch różnych faz FFLO, w zależności od wartości całki przeskoku J (niezależnie od geometrii sieci). Pokazaliśmy również, że w przypadku parowania na węzle przeskok par obniża pole magnetyczne, przy którym pojawia się faza FFLO. Z kolei, w przypadku parowania międzywęzłowego, możliwe jest współistnienie parowania typu d -wave oraz η w obecności silnego pola magnetycznego.

W rozpatrywanych sytuacjach w obecności stosunkowo dużych wartości całki przeskoku par J , można oczekiwać występowania fazy η , która charakteryzuje się dużą stabilnością ze względu na efekty orbitalne. Eksperymenty nie potwierdzają istnienia tej fazy, jednakże oczekiwać można, że cecha ta może być *dziedziczona* przez fazę FFLO2, dla której mechanizmem parującym jest przeskok par. W przeciwieństwie do parowania typu BCS w układach warstwowych, w przypadku FFLO2 powinna również występować słaba zależność od orientacji zewnętrznego pola magnetycznego. Natomiast rozróżnienie, czy faza FFLO pochodzi od stanu BCS lub η , powinno być możliwe poprzez badanie przestrzennego rozkładu OP

(ze względu na wektor \mathbf{q}). W przypadku pierwszym okres modulacji jest duży (mała wartość $|\mathbf{q}| \ll \pi$). W drugim przypadku modulacja jest rzędu stałej sieciowej, a faza OP zachowuje charakter oscylacyjny typowy dla nadprzewodnictwa typu η .

Układy z nieporządkiem

3.1 Wprowadzenie

Rzeczywiste materiały nie są idealne – występują w nich domieszki czy defekty struktury krystalicznej. Czynniki te prowadzą do znacznych zmian właściwości fizycznych materiałów. Z jednej strony mogą one powodować niszczenie interesujących nas własności, z drugiej powodować powstawanie innych. Można stwierdzić, że występowanie FFLO w silnym stopniu uzależnione jest od czystości materiału. [37, 38] W przypadku $CeCo(In_{1-x}Cd_x)_5$, dodatkowo wzrost koncentracji domieszek Cd obniża T_c . [89] Z drugiej strony najnowsze badania przedstawione w publikacji [90], dla $CeCo(In_{1-x}M_x)_5$, gdzie $M = Cd, Hg, Sn$, donoszą o efektach *anomalnych* – w przypadku domieszkowania *dziurami* (przy domieszkowaniu Cd lub Hg), następuje anomalne zwiększenie H_{C2} przy niezminionej wartości T_c , podczas gdy przy domieszkowaniu *elektronami* (przy domieszkowaniu Sn), następuje obniżenie obu wielkości.

U podstaw teoretycznych rozważań dotyczących konwencjonalnych nadprzewodników w obecności niewielkich zanieczyszczeń leży twierdzenie Andersona. [91] Autor zauważa, że w przypadku nadprzewodników typu s domieszki nie mają wpływu na temperaturę

przejścia fazowego. Twierdzenie Andersona tłumaczy wczesne eksperymenty dotyczące domieszkowanych nadprzewodników konwencjonalnych. Jeżeli układ domieszkowany jest w sposób, który w niewielkim stopniu modyfikuje szczelinę energetyczną w gęstości stanów (DOS), wówczas T_c nie powinna ulec zmianie. Zagadnienie modyfikacji DOS oraz Δ_i było analizowane m. in. w pracach [92, 93].

Modyfikacja lokalnej struktury elektronowej przez domieszki przejawia się również przede wszystkim w modyfikacji lokalnego DOS (LDOS), zarówno w przypadku nadprzewodnictwa o symetrii s i jak d [94, 95, 96, 97] – zmiany takie powinny być możliwe do zaobserwowania w pomiarach STM. [98]

W ujęciu zaprezentowanym w pracy [91], Anderson rozróżnia dwa rodzaje nadprzewodników: "czyste" i "brudne". Przez czysty nadprzewodnik rozumiemy te, w których średnia droga swobodna elektronów l jest znacznie większa od długości koherencji ξ_0 . W przypadku nadprzewodników brudnych jest odwrotnie.

Powszechnie uważa się, że faza FFLO może istnieć jedynie w układach jednorodnych, a nawet niewielkie nieuporządkowanie może prowadzić do jej zniszczenia. [38] Należy jednak zaznaczyć, że układy ciężkofermionowe są nadprzewodnikami czystymi, gdzie $l \gg \xi_0$ ¹. Zatem jako materiały czyste, zgodnie z twierdzeniem Andersona, powinny wykazywać stabilność fazy nadprzewodzącej (i przypuszczalnie również FFLO) ze względu na domieszkowanie.

Ogólnie rzecz biorąc, domieszka w postaci atomu niemagnetycznego posiada inną konfigurację elektronową niż atomy materiału domieszkowanego. Prowadzić to powinno do powstania dodatkowego oddziaływania kulombowskiego w miejscu, w którym znajduje się domieszka. Oddziaływanie to prowadzi także do modyfikacji średniej liczby cząstek na węzle z domieszką – poprzez modyfikację potencjału chemicznego w miejscach domieszek. [99] W przypadku takim wpływ N domieszek niemagnetycznych na układ, opisać możemy

¹ Dla przykładu UPd_2Al_3 mamy: $l \simeq 100nm$ oraz $\xi_0 \simeq 10nm$, natomiast dla $CeCoIn_5$: $l \simeq 3000nm$ oraz $\xi_0 \simeq 2 - 4nm$

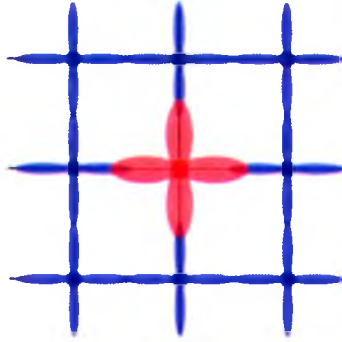
poprzez wyraz w hamiltonianie:

$$H_{imp} = \sum_{i\sigma} c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma} \sum_{j=1}^N V_j^{imp} \delta_{i,j}, \quad (3.1)$$

gdzie V_j^{imp} jest potencjałem domieszki w węźle j . W przypadku takim mówimy o *nieporządku diagonalnym*. Z drugiej strony oczekiwać możemy, że umieszczenie domieszek w układzie wpłynie na przekrywanie się orbitali atomowych (rysunek 3.1). W przypadku takim następuje modyfikacja całek przeskoku pomiędzy domieszką (czerwone obszary), a sąsiednimi węzłami (niebieskie obszary). Zatem całki przeskoku w części kinetycznej hamiltonianu stają się zależne od położenia:

$$H_K = \sum_{\langle i,j \rangle \sigma} (-t_{ij}) c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma}, \quad (3.2)$$

mówimy wówczas o *nieporządku pozadiagonalnym*. Takie traktowanie domieszek jest w pewien sposób podobne do doświadczeń z ciśnieniem hydrostatycznym. W obu przypadkach mamy do czynienia ze zmianą efektywnej całki przeskoku. Przykładowe wyniki prezen-

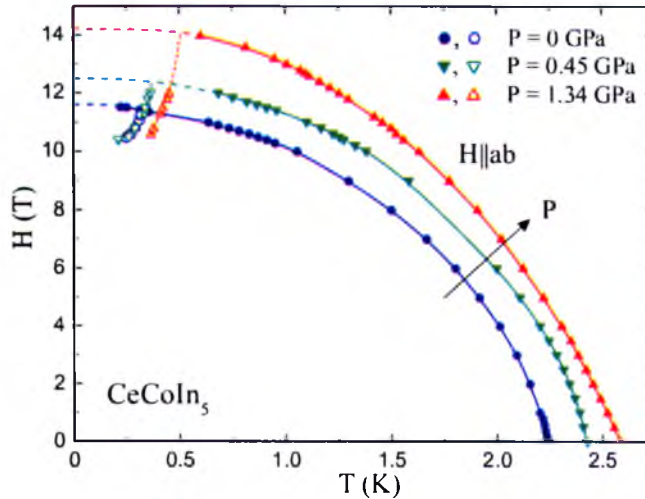


Rysunek 3.1: Modyfikacja orbitali elektronowych przed domieszkę (czerwony kolor).

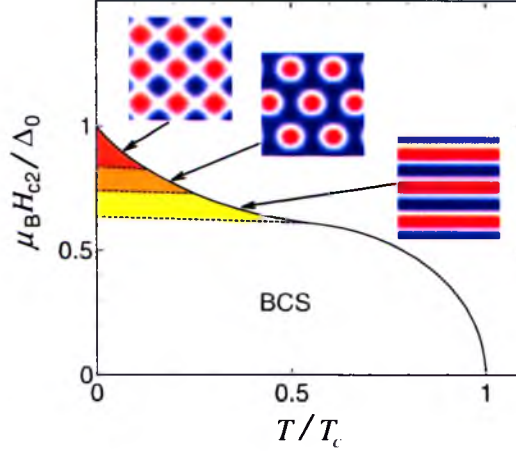
towane są na rysunku 3.2 – widzimy, że dla $CeCoIn_5$ wzrost ciśnienia może powodować wzrost wartości h_c oraz T_c dla fazy FFLO. Można to zinterpretować jako fakt, że ciśnienie powoduje zmiany efektywnego oddziaływania parującego względem całek przeskoku

w układzie. [58] Diametralnie inaczej sprawa wygląda dla $CeRhIn_5$ – gdzie wzrost ciśnienia zmniejsza zakres istnienia FFLO na diagramie fazowym. [100] Z drugiej strony w pracy [101] pokazano, że pod wpływem ciśnienia hydrostatycznego T_c układu zwiększa się początkowo, aby potem znaleźć do zera. Jako uzasadnienie takiego podejścia można traktować też prace [102, 103, 104], które pokazują, że domieszkowanie układu zmienia parametry sieci, co powinno również pociągać za sobą modyfikację struktury. Oczekiwać więc można, że nieporządek pozadiagonalny, czyli lokalna modyfikacja całek przeskoiku przez domieszki powinna mieć znaczący wpływ na parametry układu.

W układzie jednorodnym faza FFLO realizowana przez większą liczbę dozwolonych pędów par Coopera – tj. M w równaniu (1.3) może okazać się korzystniejsza energetycznie. [21] Faza realizowana przez złożenie większej liczby fal płaskich posiada również większą stabilność ze względu na pole magnetyczne (rysunek 3.3) – występowanie większej liczby węzłów OP obniża energię stanów wzbudzonych kwazicząstek w pobliżu węzłów. Wynika z tego, że znaczne uproszczenia, których wynikiem jest ograniczenie dozwolonej ilości pędów par Coopera, mogą w znaczący sposób wpływać na uzyskiwane wyniki [22, 105]. W roz-



Rysunek 3.2: Diagram fazowy H - T dla $CeCoIn_5$ w obecności ciśnienia hydrostatycznego. Na podstawie: [58].



Rysunek 3.3: Diagram $H - T$ oraz rozkład przestrzenny parametru porządku dla różnych faz FFLO. Na podstawie [21].

dziale tym, prezentujemy wyniki dotyczące możliwości istnienia nadprzewodnictwa FFLO w układach niejednorodnych w obecności nieporządku diagonalnego i pozadiagonalnego.

3.2 Model teoretyczny nadprzewodnictwa FFLO z nieporządkiem

Rozpatrujemy układ niejednorodny z parowaniem na węźle. Niemagnetyczne domieszki umieszczone w układzie rozpatrujemy jako źródło nieporządku pozadiagonalnego – wyraz (3.2) lub nieporządku diagonalnego – wyraz (3.1). Wobec tego hamiltonian przyjmuje postać:

$$\begin{aligned}
 H &= H_0^{eff} + H_U + H_{imp}, \\
 H_0^{eff} &= \sum_{\langle i,j \rangle \sigma} (-t_{ij}) c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} - (\mu + \sigma h) \sum_i c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma}, \\
 H_U &= U \sum_i c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\uparrow} c_{i\downarrow}^\dagger c_{i\downarrow}, \\
 H_{imp} &= \sum_{i\sigma} V_i^{imp} c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

W układzie jednorodnym $t_{ij} = t_0$, co jednocześnie stanowi naturalną jednostkę energii. Tak też i tym razem traktowana jest cała przeskoku pomiędzy węzłami, w których nie znajdują się domieszki. W przypadku nieporządku diagonalnego przyjmujemy $t_{ij} = t_0$, natomiast potencjał $V^{imp} \neq 0$ dla węzłów, w których umieszczona jest domieszka. W przypadku nieporządku pozadiagonalnego przyjmuje $V^{imp} = 0$ oraz $t_{ij} = t_0 + \Delta t$ pomiędzy węzłami, gdzie znajdują się domieszki, a ich najbliższymi sąsiadami. W przypadku tym $\frac{\Delta t}{t_0} \in (0, -1)$ stanowi miarę wpływu domieszek na układ.

Po zastosowaniu przybliżenia MF hamiltonian (3.3) może zostać zdiagonalizowany, poprzez wykorzystanie transformacji Bogolubowa–Valatina – dodatek B. W przypadku tym wykorzystujemy transformację (B.3):

$$c_{i\sigma} = \sum_n \left(u_{in\sigma} \gamma_{n\sigma} - \sigma v_{in\sigma}^* \gamma_{n\bar{\sigma}}^\dagger \right),$$

otrzymując równania Bogolubowa–de Gennesa (BdG) postaci:

$$E_{n\sigma} \begin{pmatrix} u_{in\sigma} \\ v_{in\bar{\sigma}} \end{pmatrix} = \sum_j \begin{pmatrix} H_{ij\sigma} & \Delta_{ij} \\ \Delta_{ij}^* & -H_{ij\bar{\sigma}}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{jn\sigma} \\ v_{jn\bar{\sigma}} \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

gdzie $H_{ij\sigma} = -t_{ij} + (-\mu - \sigma h + V_i^{imp}) \delta_{ij}$ jest hamiltonianem jednocząstkowym, $\Delta_{ij} = U \Delta_i \delta_{ij}$, gdzie $\Delta_i = \langle c_{i\downarrow} c_{i\uparrow} \rangle$ jest OP o symetrii s . Rozwiązując równania BdG, określamy rozkład przestrzenny OP.

Rozpatrujemy dwa przypadki: fazę LO oraz fazę FFLO. Dla układu z fazą FFLO OP należy znaleźć samozgodnie z równania:

$$\Delta_i = \langle c_{i\downarrow} c_{i\uparrow} \rangle = \sum_n \left(u_{in\uparrow} v_{in\downarrow}^* f(E_{n\uparrow}) - u_{in\downarrow} v_{in\uparrow}^* f(-E_{n\downarrow}) \right), \quad (3.5)$$

gdzie $f(E) = \frac{1}{\exp(\beta E) + 1}$ jest funkcją rozkładu Fermiego–Diracka. W przypadku fazy LO

pary Coopera posiadają dwa przeciwne pędy: \mathbf{q}_{m_1} oraz \mathbf{q}_{m_2} . OP określamy podobnie jak dla FFLO, za pomocą (3.5), zakładając jednocześnie, że zachodzi (1.3):

$$\Delta_i = \sum_{m=1}^M \Delta_m \exp(i\mathbf{q}_m \cdot \mathbf{R}_i).$$

Dla otrzymanego zbioru wartości amplitud Δ_m , wybieramy dwie wartości m , m_1 oraz m_2 , dla których Δ_m jest maksymalna oraz $\mathbf{q}_{m_1} = -\mathbf{q}_{m_2} = \mathbf{q}_{LO}$. Ostatecznie przyjmujemy, że OP dla fazy LO przyjmuje standardową postać:

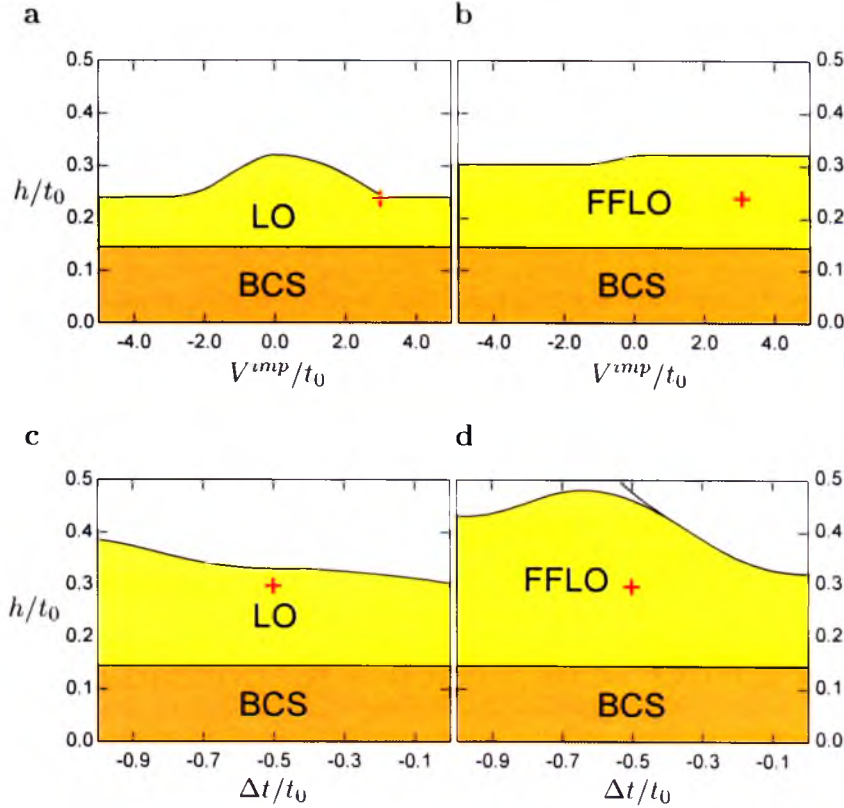
$$\Delta_i = 2\Delta_0 \cos(i\mathbf{q}_{LO} \cdot \mathbf{R}_i). \quad (3.6)$$

3.3 Faza FFLO w układach z nieporządkiem

Obliczenia numeryczne przeprowadzone zostały dla sieci kwadratowej o wymiarach $N_x = 32$, $N_y = 30$, z okresowymi warunkami brzegowymi. W sieci umieszczone zostało 51 niemagnetycznych domieszek w losowych węzłach sieci – odpowiada to ich koncentracji na ok. 5%. Dodatkowo przyjmujemy: $U = -2.0t_0$, $\mu = -0.4t_0$ i $kT \rightarrow 0$.

Porównanie diagramów fazowych uzyskanych dla faz LO i FFLO pokazanych na wykresie 3.4. Widzimy znaczące różnice pomiędzy polami krytycznymi uzyskanymi dla tych faz. Różnice te wynikają głównie z warunków nałożonych na dozwoloną ilość rozpatrywanych pędów par Coopera w przypadku fazy LO. To z kolei powoduje duży spadek pola krytycznego, zarówno w przypadku nieporządku diagonalnego, jak i pozadiagonalnego (panele a i c). Z drugiej strony, wyższe pola krytyczne uzyskane w fazie FFLO (panele b i d) wynikają ze specyficznego rozkładu OP w obecności domieszek, co zostanie szczegółowo wyjaśnione poniżej.

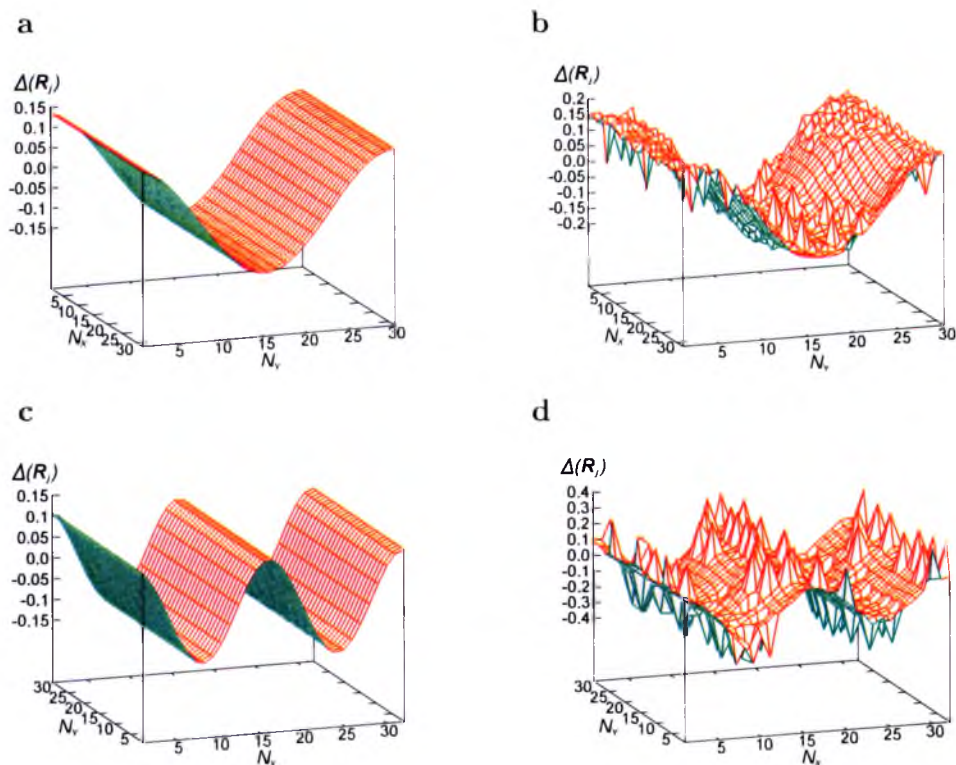
Profil przestrzenny OP w obu przypadkach został zaprezentowany na wykresie 3.5. W przypadku fazy LO (panele a i c) OP określony jest przez równanie (1.2). Dozwolone



Rysunek 3.4: Diagram fazowy dla nieporządku diagonalnego (panele a i c) oraz pozadiagonalnego (panele b i d). Panele a i b dla fazy LO, natomiast c i d dla fazy FFLO. SRO-SC oznacza nadprzewodnictwo z uporządkowaniem krótkiego zasięgu np. $\Delta(\mathbf{R}_i) \neq 0$ w położeniu domieszek. Rozkład przestrzenny OP dla miejsc oznaczonych krzyżykami zaprezentowano na wykresie 3.5. h/t_0 V^{imp}/t_0 $\Delta t/t_0$

jest istnienie dwóch przeciwnych pędów par Coopera. Pozwala to realizować rozkład przestrzenny OP w postaci funkcji cosinus, która charakteryzuje fazę LO. W przypadku fazy FFLO (panele b i d) rozkład przestrzenny OP modyfikowany jest przez domieszki i znacznie różni się od funkcji cosinus. Realizacja takiego rozkładu możliwa jest jedynie przez złożenie wielu fal płaskich, co opisane jest równaniem (1.3). Jest to równoważne przyjęciu, że w fazie tej występuje więcej możliwych pędów par Coopera. Dodatkowo metoda określenia amplitudy OP fazy LO powoduje pominięcie wielu istotnych pędów par Coopera.

Interesujący jest również wpływ domieszek na fazę FFLO (wykres 3.5). W przypadku nieporządku diagonalnego (panel b), możemy zaobserwować obniżenie (a nawet zanikanie) wartości OP w miejscu umieszczenia domieszek. Wynika to ze zmiany lokalnego DOS (LDOS) przez domieszki. W przypadku nieporządku pozadiagonalnego widzimy natomiast wzrost wartości OP w pobliżu domieszek. Wynika to z faktu względnej zmiany potencjału parującego U w stosunku do lokalnie zmodyfikowanych całek przeskoiku t_{ij} przy domieszkach.



Rysunek 3.5: Rozkład przestrzenny OP w obecności nieporządku diagonalnego (panel a i b) i pozadiagonalnego (panel c i d), w przypadku fazy LO (panele a i c) i FFLO (panele b i d), dla wybranych wartości parametrów. Panele a i b przy $h = 0.24t_0$ i $w = 3t_0$, natomiast panele c i d przy $h = 0.3t_0$ i $\Delta t = -0.5t_0$.

3.4 Podsumowanie

W rozdziale tym analizowaliśmy wpływ domieszek niemagnetycznych na nadprzewodnictwo FFLO w przypadku parametru porządku o symetrii s . Wprowadzenie domieszek wpływa na rozkład przestrzenny OP. W obecności słabego domieszkowania profil przestrzenny OP można uznać za niezmienny oprócz tego, że jest zniekształcony w najbliższym sąsiedztwie domieszek – interpretować to można jako przejaw słuszności twierdzenia Andersona. Podobny efekt obserwowany jest również w przypadku nadprzewodnictwa o symetrii d -wave. [106]

W przypadku silnego potencjału domieszek modyfikacja przestrzennej struktury OP jest bardzo silna. Uzyskany profil przestrzenny OP silnie odbiega od funkcji cosinus, a jej transformata Fouriera zawiera wyrazy uwzględniające wiele pędów. W konsekwencji otrzymamy stan nadprzewodzący, który w istotny sposób różni się od fazy LO.

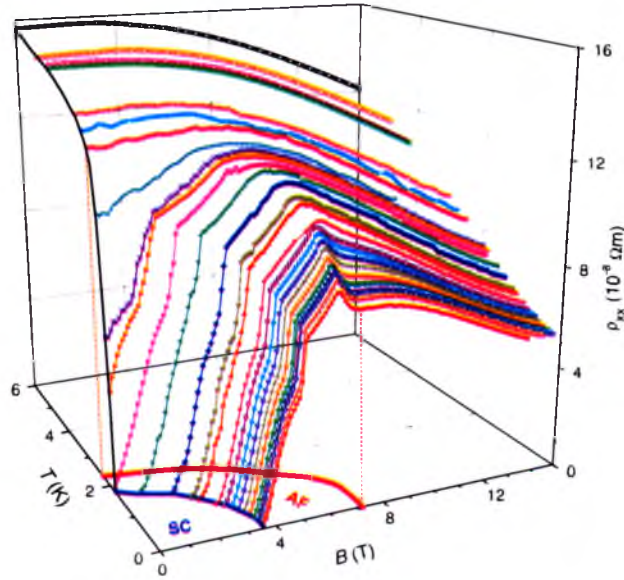
Dodatkowy wpływ wnosi również charakter domieszki. Poza rozpatrywanym nieporządkiem diagonalnym i pozadiagonalnym, rozważać można domieszki magnetyczne – zagadnienie to było badane teoretycznie m. in. w [107, 108]. W przypadku układu z domieszkami magnetycznymi, dodatkowy wpływ na nadprzewodnictwo wywierały by efekty związane z orbitalnym rozrywaniem par, wynikającym z momentów magnetycznych domieszki. Ze względu na wpływ efektów orbitalnych, niewielkie ilości zanieczyszczeń magnetycznych, na przykład uranu, berylu lub platyny, powoduje wyraźne obniżenie T_c .

Fale gęstości spinowej i ich współistnienie z fazą FFLO

4.1 Wprowadzenie

Rozdział ten odnosi się do głównego celu prezentowanej rozprawy. Wyniki eksperymentalne prezentowane w literaturze dla $CeCoIn_5$ sugerują występowanie uporządkowania magnetycznego typu niewspółmiernych fal gęstości spinowej (SDW), w reżimie występowania fazy FFLO. [109] Istotnym zatem jest, aby określić wzajemne wpływ na siebie fazy SDW oraz FFLO.

Zjawisko współistnienia uporządkowania magnetycznego dalekiego zasięgu oraz nadprzewodnictwa obserwowane jest w $CeRhIn_5$. Związek ten, o strukturze identycznej jak $CeCoIn_5$ (rysunek 1.4), wykazuje uporządkowanie magnetyczne typu antyferromagnetycznego (AF) pod ciśnieniem. [100, 110] Porównanie diagramów fazowych $T-p$ (temperatura-ciśnienie) dla $CeCoIn_5$ oraz $CeRhIn_5$, wskazuje, że związki te mają niemal identyczne diagramy fazowe dla zakresu ciśnienia 1.6 – 2.3 GPa. [101] Dodatkowo również diagramy fazowe $H-T$, są bardzo podobne – z tą różnicą, że dla $CeRhIn_5$ pole magnetyczne fawo-

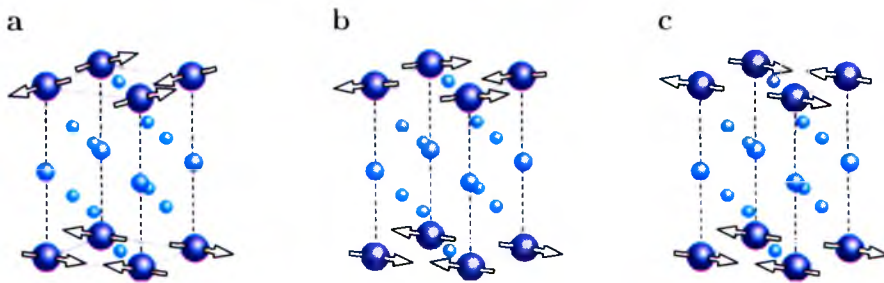


Rysunek 4.1: Diagram fazowy $H-T$ dla $CeCo(In_{0.992}Cd_{0.007})_5$, uzyskany na podstawie pomiaru rezystancji ρ_{xx} , przy polu magnetycznym $H||c$. Na podstawie: [112].

ryzuje AF, który utrzymuje się ponad H_{c2} , gdy dla $CeCoIn_5$ stan normalny nie wykazuje oznak uporządkowania magnetycznego.

Należy tu zauważyć, że także domieszkowanie wpływa na własności magnetyczne układu. W przypadku układu $CeCo(In_{1-x}Cd_x)_5$, wzrost domieszkowania powoduje zmniejszenie T_C i wzrost temperatury Néela T_N . [111, 112] Podobne właściwości obserwujemy w $CeRh_{1-x}Co_xIn_5$ [113, 114] oraz $CeRh_{1-x}Ir_xIn_5$. [115] Należy pamiętać o braku symetrii w diagramie fazowym przy domieszkowaniu elektronami i dziurami. [116] W przypadku $CeCo(In_{1-x}Cd_x)_5$, w pewnym zakresie domieszkowania faza nadprzewodząca występuje *wewnątrz* fazy AF – rysunek 4.1 na podstawie: [112].

Zmiana domieszkowania $CeRh_{1-x}Co_xIn_5$ wpływa również na wartość momentów magnetycznych ceru, jak i ich ułożenie w przestrzeni (rysunek 4.2) [117, 118, 119, 120, 121] – wobec czego mogą istnieć trzy rodzaje uporządkowania dalekiego zasięgu: nadprzewodnictwo, współmierny jak i niewspółmierny antyferromagnetyzm (przy czym niewspółmierność występuje w kierunku c). Rysunek 4.2 przedstawia realizację niewspółmiernego (panele a



Rysunek 4.2: Zmiana struktury przestrzennej momentów magnetycznych ceru w przypadku $CeRh_{1-x}Co_xIn_5$, dla $x=0.05$ (panel a), $x=0.43$ (panel b) oraz $x=0.7$ (panel c) w temperaturze $T=1.5K$. Na podstawie: [119].

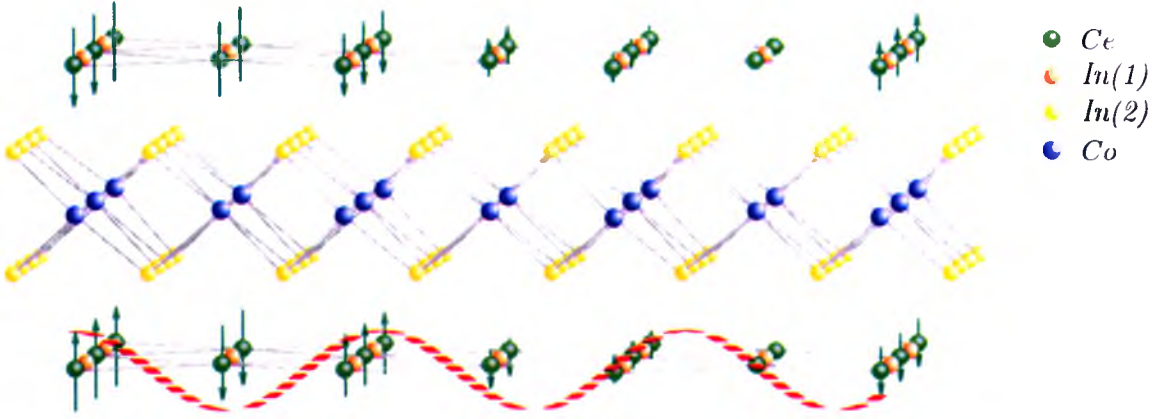
i b) oraz współmiernego (panel c) uporządkowania magnetycznego typu AF. Niewspółmierny AF realizowany jest przez skręcenie chiralne momentów magnetycznych, co opisać można poprzez wektor falowy $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1 + \xi)\pi$ – przy czym ξ zależne jest od poziomu domieszkowania. [119]

Współlistnienie AF i nadprzewodnictwa jest również obserwowane w innych nadprzewodnikach ciężkofermionowych np. $CePt_2In_7$ [122, 123]. Również teoretyczne rozważania wskazują na silny wpływ domieszkowania na strukturę magnetyczną układu – nieporządek może być źródłem lokalnego uporządkowania magnetycznego krótkiego zasięgu typu AF. [124]

Współlistnienie fal gęstości spinów oraz FFLO

Uporządkowanie magnetyczne oraz nadprzewodnictwo stanowią konkurencyjne zjawiska. Jednakże eksperymenty z rozpraszaniem neutronów przeprowadzone na $ceCoIn_5$ dostarczyły dowodów na współlistnienie niewspółmiernych SDW oraz nadprzewodnictwa, stwierdzając zarazem, iż w H_{c2} zanikają oba uporządkowania. [109, 125] Podobnie pomiary NMR wskazują na obecność statycznych momentów magnetycznych w reżimie wysokich pól magnetycznych. [126, 127, 128]

W publikacji [109] zaprezentowano wyniki uzyskane dzięki dyfrakcji neutronów w obec-



Rysunek 4.3: Struktura $CeCoIn_5$ oraz przestrzenny rozkład SDW. Na podstawie: [109].

ności wysokiego pola magnetycznego. Pomiarzy zostały przeprowadzone w niskiej temperaturze – co odpowiada części diagramu fazowego, gdzie oczekujemy FFLO. Pole magnetyczne skierowane było w kierunku $[110]$ (tj. $\mathbf{H} \parallel ab$). W przypadku tym $H_{c2} \simeq 11.4T$. Wyniki wskazują na istnienie struktury magnetycznej modulowanej wektorem $\mathbf{Q}_{SDW} = (Q, Q, \pi)$ – co prezentuje rysunek 4.3. Jak zostało napisane na wstępie, $CeCoIn_5$ posiada strukturę warstwową (rysunek 1.4) – składa się z naprzemiennych warstw $CeIn_3$ oraz $CoIn_2$. W związku tym istnieją trzy nierównoważne położenia In. Centrosymetryczny In(1) znajduje się w płaszczyźnie CeIn oraz In(2) znajdujące się w płaszczyźnie Co. Występują tu lokalne momenty magnetyczne związane z momentami orbitalnymi \mathbf{M}_O oraz lokalne momenty spinowe \mathbf{M}_i . W reżimie FFLO momenty orbitalne są zaniedbywalne. Kenzelmann wraz z grupą w pracy [109] prezentuje wyniki w, których momenty magnetyczne ceru \mathbf{M}_i posiadają antyferromagnetyczne uporządkowanie w kierunku c oraz niewspółmierne SDW w kierunku $[110]$ indukujące nadształtne pole magnetyczne w płaszczyźnie ab . Następuje modulacja statycznych momentów magnetycznych $\mathbf{M}_i = \mathbf{M}_0 \cos(\mathbf{Q}_{SDW} \cdot \mathbf{R}_i)$, przyporządkowanych atomom ceru Ce (czerwona linia). Dodatkowo w pracy tej wskazano, że uporządkowanie magnetyczne oraz FFLO zanikają razem w H_{c2} , co wskazuje na silny związek między tymi zjawiskami.

Doświadczenia NMR [126, 127, 128], przy polu magnetycznym $\mathbf{H}||a$, wskazują na istnienie struktury magnetycznej modulowanej wektorem $\mathbf{Q}_{SDW} = (\pi - Q, \pi, \pi)$. W przypadku takim izotropowa składowa molekularnego pola magnetycznego zanika dla atomów $In(2)$ oraz Co , natomiast na atomach $In(1)$ pole molekularne zawiera składową równoległą lub antyrównoległą do zewnętrznego pola magnetycznego \mathbf{H} (co odpowiada strukturze z panelu c rysunku 4.2).

Zagadnienie współlistnienia niekonwencjonalnego nadprzewodnictwa FFLO oraz struktur magnetycznych było analizowane m. in. przez Youichi Yanase oraz Manfreda Sigrista. W pracach [130, 131, 132] zasugerowali, aby SDW traktować jako stan wynikający z istnienia FFLO ze względu na obecność stanów związanych zlokalizowanych w miejscach zerowych OP. Podejście takie może prowadzić do powstawania SDW w kierunku prostopadłym do wektora falowego FFLO, w liniach węzłowych fazy LO. [131]

Obserwowalne współlistnienie SDW oraz FFLO, występujące w tej samej części diagramu fazowego, wskazuje na wzajemną stabilizację obu faz. Ze względu na swoje właściwości, które opisane zostały w podrozdziale 3.4, faza FFLO wydaje się być stabilizowana przez występowanie w układzie innych faz. W rozdziale tym rozpatrujemy wpływ obecności SDW na fazę FFLO, wzajemną zależność obu faz oraz możliwość ich współlistnienia. Celem przeprowadzanej analizy jest sprawdzenie, czy obecność SDW jest czynnikiem przemawiającym za czy przeciw tezie, że w wysokich polach magnetycznych i niskich temperaturach w $CeCoIn_5$ realizuje się faza FFLO.

4.2 Podatności spinowe oraz podatność par Coopera

W części tej badamy podatność spinową oraz podatność par Coopera dla układu dwuwymiarowego. Wykonujemy to w dwóch krokach. W pierwszym kroku rozpatrujemy układ w stanie nadprzewodzącym z OP o symetrii d -wave bez struktury magnetycznej SDW

i badamy podatność spinową. Podobnie w drugim kroku rozpatrujemy układ nienadprzewodzący w obecności SDW i badamy podatność par Coopera. Warto zauważyć, że pełna postać hamiltonianu powinna zawierać zarówno wyrazy opisujące SDW, jak i nadprzewodnictwo. Jednakże podejście prezentowane w tym podrozdziale umożliwia badanie wpływu jednego zjawiska na tendencje tworzenia drugiego, bez konieczności określania mechanizmów mikroskopowych odpowiedzialnych za tworzenie tych faz. Nie musimy też zakładać, czy mechanizmy te ze sobą konkurują. Dzięki temu uzyskujemy istotne informacje jakościowe przy minimalnej liczbie parametrów swobodnych.

Podatność spinowa

Zgodnie z powyższym w pierwszym przypadku badamy, jak modyfikowana jest podatność spinowa przez obecność nadprzewodnictwa BCS lub FFLO w układzie. Przyjmujemy hamiltonian postaci:

$$H = H_K + H_V, \quad (4.1)$$

gdzie H_K jest częścią kinetyczną, opisującą przeskoki elektronów (2.3):

$$H_0 = -t \sum_{\langle i,j \rangle \sigma} c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} - (\mu + \sigma h) \sum_i c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma},$$

oraz H_V jest częścią opisującą nadprzewodnictwo w przybliżeniu MFA (2.29), które opisujemy poprzez:

$$H_V = \sum_{\langle i,j \rangle} \left(\Delta_{ij}^* c_{j\downarrow} c_{i\uparrow} + h.c. \right) - \sum_{\langle i,j \rangle} |\Delta_{ij}|^2.$$

Rozpatrujemy nadprzewodnictwo z OP o symetrii *d-wave*, wobec czego $\Delta_{ij} \neq 0$ jedynie dla sąsiednich węzłów sieci oraz $\Delta_{i,i+\hat{y}} = -\Delta_{i,i+\hat{x}} = \Delta_0 \cos(\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{Q}_{SC})$, gdzie \hat{x} (\hat{y}) jest wersorem w kierunku X (Y). Wektor \mathbf{Q}_{SC} odpowiada całkowitemu pędowi par Coopera, zatem dla $\mathbf{Q}_{SC} = 0$ otrzymujemy nadprzewodnictwo konwencjonalne BCS o symetrii *d*, natomiast

dla $\mathbf{Q}_{SC} \neq 0$ nadprzewodnictwo niekonwencjonalne FFLO o symetrii d . W celu omówienia wzajemnej zależności nadprzewodnictwa i SDW wyznaczamy podatność spinową:

$$\chi^{zz}(\mathbf{q}) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{-1}{N} \sum_{ij} \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_{ij}) \langle \langle S_i^z | S_j^z \rangle \rangle_{\omega}, \quad (4.2)$$

gdzie $\langle \langle S_i^z | S_j^z \rangle \rangle_{\omega}$ jest retardowaną funkcją Greena (określoną zgodnie z dodatkiem C) oraz $\mathbf{R}_{ij} = \mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j$.

Rozbieżność podatności $\chi^{zz}(\mathbf{q})$ dla danej wartości wektora $\mathbf{q} \neq 0$ odpowiada powstawaniu SDW. [133] Ponieważ rozpatrywany hamiltonian opisuje tylko fazę nadprzewodzącą, wielkość ta posiada skończoną wartość. Jednakże występowanie oddziaływania wymiany może prowadzić do rozbieżności tej funkcji. W szczególności dla stanu paramagnetycznego przy braku zewnętrznego pola magnetycznego analiza w MFA w przypadku z oddziaływaniem [134, 135] prowadzi do podatności postaci $\bar{\chi} = \frac{\chi(\mathbf{q}, \omega)}{1 - I(\mathbf{q})\chi(\mathbf{q}, \omega)}$, gdzie $I(\mathbf{q})$ jest miarą oddziaływania, natomiast $\chi(\mathbf{q}, \omega)$ jest określana dla $I(\mathbf{q}) = 0$. Generalnie nawet wychodząc poza to przybliżenie, można oczekiwać, że duża wartość $\chi^{zz}(\mathbf{q}, \omega)$ oznacza, że SDW pojawi się przy stosunkowo słabym oddziaływaniu wymiennym. Wynika z tego, że badając $\chi(\mathbf{q}, \omega)$, bez podawania źródeł korelacji magnetycznych, można jakościowo określić tendencje układu do tworzenia SDW. Ze względu na to określamy względną zmianę podatności (4.2) w obecności nadprzewodnictwa BCS/FFLO:

$$\delta\chi^{zz}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\chi^{zz}(\mathbf{q}, \omega) - \chi_0^{zz}(\mathbf{q}, \omega)}{\chi_0^{zz}(\mathbf{q}, \omega)}, \quad (4.3)$$

gdzie $\chi_0^{zz}(\mathbf{q}, \omega)$ jest podatnością określoną w przypadku braku nadprzewodnictwa, tj. dla $\Delta_0 = 0$. Dla pełnej analizy problemu rozpatrujemy również poprzeczną podatność spinową:

$$\chi^{+-}(\mathbf{q}) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{-1}{N} \sum_{ij} \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_{ij}) \langle \langle S_i^+ | S_j^- \rangle \rangle_{\omega} \quad (4.4)$$

oraz jej zmianę $\delta\chi^{+-}(\mathbf{q}, \omega)$ zdefiniowaną analogicznie do (4.3). Pomimo tego, że przy braku pola magnetycznego obie funkcje są równe, to w reżimie FFLO mogą się różnić.

Podatność (4.2) oraz (4.4) wyznaczyć możemy, wykorzystując transformację Bogolubowa Valatina (dodatek B):

$$c_{i\sigma} = \sum_n \left(u_{in\sigma} \gamma_{n\sigma} - \sigma v_{in\sigma}^* \gamma_{n\bar{\sigma}}^\dagger \right).$$

Dla hamiltonianu (4.1) otrzymujemy równania BdG postaci:

$$E_{n\sigma} \begin{pmatrix} u_{in\sigma} \\ v_{in\bar{\sigma}} \end{pmatrix} = \sum_j \begin{pmatrix} H_{ij\sigma} & \Delta_{ij} \\ \Delta_{ij}^* & -H_{ij\bar{\sigma}}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{jn\sigma} \\ v_{jn\bar{\sigma}} \end{pmatrix}, \quad (4.5)$$

gdzie $H_{ij\sigma} = -t\delta_{\langle i,j \rangle} - (\mu + \sigma\hbar)\delta_{ij}$ jest hamiltonianem jednocząstkowym. $\delta_{\langle i,j \rangle} = 1$ dla najbliższych sąsiadów i równe zero dla pozostałych węzłów. Z kolei podatności spinowe wyrazić możemy jako liniowe kombinacje retardowanych funkcji Greena $\langle\langle \gamma_{n\sigma}^{(+)} \gamma_{m\mu}^{(+)} | \gamma_{n'\sigma'}^{(+)} \gamma_{m'\mu'}^{(+)} \rangle\rangle$, z dwoma operatorami kreacji ($\gamma_{n\sigma}^\dagger$) i dwoma anihilacji ($\gamma_{n\sigma}$).

Dla przykładu, rozpatrzmy funkcję Greena $G_{ij}^\pm(\omega) = \langle\langle S_i^+ | S_j^- \rangle\rangle_\omega$. Wprost z definicji operatorów S_i^+ oraz S_j^- otrzymujemy:

$$G_{ij}^\pm(\omega) = \langle\langle S_i^+ | S_j^- \rangle\rangle_\omega = \langle\langle c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\downarrow} | c_{j\downarrow}^\dagger c_{j\uparrow} \rangle\rangle_\omega. \quad (4.6)$$

Poprzez zastosowanie transformacji (B.3) otrzymujemy:

$$G_{ij}^\pm(\omega) = \sum_{nmkp} \left\langle \left\langle u_{in\uparrow}^* \gamma_{n\uparrow}^\dagger u_{im\downarrow} \gamma_{m\downarrow} + u_{in\uparrow}^* \gamma_{n\uparrow}^\dagger v_{im\downarrow}^* \gamma_{m\uparrow}^\dagger - v_{in\uparrow} \gamma_{n\downarrow} u_{im\downarrow} \gamma_{m\downarrow} - v_{in\uparrow} \gamma_{n\downarrow} v_{im\downarrow}^* \gamma_{m\uparrow}^\dagger \right. \right. \\ \left. \left. u_{jk\downarrow}^* \gamma_{k\downarrow}^\dagger u_{jp\uparrow} \gamma_{p\uparrow} - u_{jk\downarrow}^* \gamma_{k\downarrow}^\dagger v_{jp\uparrow}^* \gamma_{p\downarrow}^\dagger + v_{jk\downarrow} \gamma_{k\uparrow} u_{jp\uparrow} \gamma_{p\uparrow} - v_{jk\downarrow} \gamma_{k\uparrow} v_{jp\uparrow}^* \gamma_{p\downarrow}^\dagger \right\rangle \right\rangle_\omega. \quad (4.7)$$

Wykorzystując własności funkcji Greena (dodatek C), otrzymujemy następujące niezerowe

wyrazy:

$$\begin{aligned}
G_{ij}^{\pm}(\omega) = & \sum_{nmkp} \left\{ u_{in\uparrow}^* u_{im\downarrow} u_{jk\downarrow}^* u_{jp\uparrow} \left\langle \left\langle \gamma_{n\uparrow}^{\dagger} \gamma_{m\downarrow} | \gamma_{k\downarrow}^{\dagger} \gamma_{p\uparrow} \right\rangle \right\rangle_{\omega} - u_{in\uparrow}^* u_{im\downarrow} v_{jk\downarrow} v_{jp\uparrow}^* \left\langle \left\langle \gamma_{n\uparrow}^{\dagger} \gamma_{m\downarrow} | \gamma_{k\uparrow}^{\dagger} \gamma_{p\downarrow} \right\rangle \right\rangle_{\omega} \right. \\
& + u_{in\uparrow}^* v_{im\downarrow}^* v_{jk\downarrow} u_{jp\uparrow} \left\langle \left\langle \gamma_{n\uparrow}^{\dagger} \gamma_{m\uparrow}^{\dagger} | \gamma_{k\uparrow}^{\dagger} \gamma_{p\uparrow} \right\rangle \right\rangle_{\omega} + v_{in\uparrow} u_{im\downarrow} u_{jk\downarrow}^* v_{jp\uparrow}^* \left\langle \left\langle \gamma_{n\downarrow} \gamma_{m\downarrow} | \gamma_{k\downarrow}^{\dagger} \gamma_{p\downarrow}^{\dagger} \right\rangle \right\rangle_{\omega} \\
& \left. - v_{in\uparrow} v_{im\downarrow}^* u_{jk\downarrow}^* u_{jp\uparrow} \left\langle \left\langle \gamma_{n\downarrow} \gamma_{m\uparrow}^{\dagger} | \gamma_{k\downarrow}^{\dagger} \gamma_{p\uparrow} \right\rangle \right\rangle_{\omega} + v_{in\uparrow} v_{im\downarrow}^* v_{jk\downarrow} v_{jp\uparrow}^* \left\langle \left\langle \gamma_{n\downarrow} \gamma_{m\uparrow}^{\dagger} | \gamma_{k\uparrow}^{\dagger} \gamma_{p\downarrow}^{\dagger} \right\rangle \right\rangle_{\omega} \right\}, \quad (4.8)
\end{aligned}$$

Występujące w powyższym równaniu funkcje Greena operatorów fermionowych $\gamma_{n\sigma}$ oraz $\gamma_{n\sigma}^{\dagger}$, określić możemy poprzez równania ruchu (opisane w dodatku C.1), pamiętając że transformacja Bogolubowa–Valatina sprowadza hamiltonian do postaci diagonalnej (równanie (B.2)). Otrzymujemy:

$$\left\langle \left\langle \gamma_{n\uparrow}^{\dagger} \gamma_{m\downarrow} | \gamma_{k\downarrow}^{\dagger} \gamma_{p\uparrow} \right\rangle \right\rangle_{\omega} = \frac{f(E_{n\uparrow}) - f(E_{m\downarrow})}{\omega - E_{m\downarrow} + E_{n\uparrow}} \delta_{np} \delta_{mk}, \quad (4.9)$$

$$\left\langle \left\langle \gamma_{n\uparrow}^{\dagger} \gamma_{m\downarrow} | \gamma_{k\uparrow}^{\dagger} \gamma_{p\downarrow} \right\rangle \right\rangle_{\omega} = \frac{-f(E_{n\uparrow}) + f(E_{m\downarrow})}{\omega - E_{m\downarrow} + E_{n\uparrow}} \delta_{pm} \delta_{nk}, \quad (4.10)$$

$$\left\langle \left\langle \gamma_{n\uparrow}^{\dagger} \gamma_{m\uparrow}^{\dagger} | \gamma_{k\uparrow}^{\dagger} \gamma_{p\uparrow} \right\rangle \right\rangle_{\omega} = \frac{(f(-E_{m\uparrow}) - f(E_{n\uparrow})) (\delta_{nk} \delta_{mp} - \delta_{km} \delta_{np})}{\omega + E_{m\uparrow} + E_{n\uparrow}}, \quad (4.11)$$

$$\left\langle \left\langle \gamma_{n\downarrow} \gamma_{m\downarrow} | \gamma_{k\downarrow}^{\dagger} \gamma_{p\downarrow}^{\dagger} \right\rangle \right\rangle_{\omega} = \frac{(f(-E_{n\downarrow}) - f(E_{m\downarrow})) (\delta_{km} \delta_{np} - \delta_{pm} \delta_{nk})}{\omega - E_{m\downarrow} - E_{n\downarrow}}, \quad (4.12)$$

$$\left\langle \left\langle \gamma_{n\downarrow} \gamma_{m\uparrow}^{\dagger} | \gamma_{k\downarrow}^{\dagger} \gamma_{p\uparrow} \right\rangle \right\rangle_{\omega} = \frac{f(E_{n\downarrow}) - f(E_{m\uparrow})}{\omega - E_{n\downarrow} + E_{m\uparrow}} \delta_{pm} \delta_{nk}, \quad (4.13)$$

$$\left\langle \left\langle \gamma_{n\downarrow} \gamma_{m\uparrow}^{\dagger} | \gamma_{k\uparrow}^{\dagger} \gamma_{p\downarrow} \right\rangle \right\rangle_{\omega} = \frac{f(E_{m\uparrow}) - f(E_{n\downarrow})}{\omega - E_{n\downarrow} + E_{m\uparrow}} \delta_{km} \delta_{np}. \quad (4.14)$$

gdzie $f(E)$ jest funkcją rozkładu Fermiego–Diracka. Ostatecznie:

$$\begin{aligned}
 G_{ij}^{\pm}(\omega) &= \sum_{mn} (u_{in\uparrow}^* u_{im\downarrow} + v_{im\uparrow} v_{in\downarrow}^*) (u_{jm\downarrow}^* u_{jn\uparrow} + v_{jn\downarrow} v_{jm\uparrow}^*) \frac{f(E_{n\uparrow}) - f(E_{m\downarrow})}{\omega - E_{m\downarrow} + E_{n\uparrow}} \\
 &+ \sum_{mn} u_{in\uparrow}^* v_{im\downarrow}^* (v_{jn\downarrow} u_{jm\uparrow} - v_{jm\downarrow} u_{jn\uparrow}) \frac{f(-E_{m\uparrow}) - f(E_{n\uparrow})}{\omega + E_{m\uparrow} + E_{n\uparrow}} \\
 &+ \sum_{mn} v_{in\uparrow} u_{im\downarrow} (u_{jm\downarrow}^* v_{jn\uparrow}^* - u_{jn\downarrow}^* v_{jm\uparrow}^*) \frac{f(-E_{n\downarrow}) - f(E_{m\downarrow})}{\omega - E_{m\downarrow} - E_{n\downarrow}}
 \end{aligned} \quad (4.15)$$

Podobnie definiując:

$$\begin{aligned}
 G_{ij}^z(\omega) &= \langle \langle S_i^z | S_j^z \rangle \rangle_{\omega} = \frac{1}{4} \langle \langle n_{i\uparrow} - n_{i\downarrow} | n_{j\uparrow} - n_{j\downarrow} \rangle \rangle_{\omega} = \\
 &= \frac{1}{4} \left(\langle \langle n_{i\uparrow} | n_{j\uparrow} \rangle \rangle_{\omega} - \langle \langle n_{i\uparrow} | n_{j\downarrow} \rangle \rangle_{\omega} - \langle \langle n_{i\downarrow} | n_{j\uparrow} \rangle \rangle_{\omega} + \langle \langle n_{i\downarrow} | n_{j\downarrow} \rangle \rangle_{\omega} \right)
 \end{aligned} \quad (4.16)$$

wykorzystując transformację BdG (B.3), można pokazać, że:

$$\langle \langle n_{i\uparrow} | n_{j\uparrow} \rangle \rangle_{\omega} = 4 \sum_{kl} u_{ik\uparrow}^* u_{il\uparrow} u_{jl\uparrow}^* u_{jk\uparrow} \frac{f(E_{k\uparrow}) - f(E_{l\uparrow})}{\omega - E_{l\uparrow} + E_{k\uparrow}} \quad (4.17)$$

$$\langle \langle n_{i\uparrow} | n_{j\downarrow} \rangle \rangle_{\omega} = 4 \sum_{kl} u_{ik\uparrow}^* v_{il\uparrow}^* v_{jk\downarrow} u_{jl\downarrow} \frac{f(E_{k\uparrow}) - f(-E_{l\downarrow})}{\omega + E_{l\downarrow} + E_{k\uparrow}} \quad (4.18)$$

$$\langle \langle n_{i\downarrow} | n_{j\uparrow} \rangle \rangle_{\omega} = 4 \sum_{kl} u_{ik\downarrow}^* v_{il\downarrow}^* v_{jk\uparrow} u_{jl\uparrow} \frac{f(E_{k\downarrow}) - f(-E_{l\uparrow})}{\omega + E_{l\uparrow} + E_{k\downarrow}} \quad (4.19)$$

$$\langle \langle n_{i\downarrow} | n_{j\downarrow} \rangle \rangle_{\omega} = 4 \sum_{kl} u_{ik\downarrow}^* u_{il\downarrow} u_{jl\downarrow}^* u_{jk\downarrow} \frac{f(E_{k\downarrow}) - f(E_{l\downarrow})}{\omega - E_{l\downarrow} + E_{k\downarrow}}. \quad (4.20)$$

Ostatecznie:

$$\begin{aligned}
 G_{ij}^z(\omega) &= \sum_{kl} u_{ik\uparrow}^* u_{il\uparrow} (u_{jl\uparrow}^* u_{jk\uparrow} - v_{jk\downarrow} v_{jl\downarrow}^*) \frac{f(E_{k\uparrow}) - f(E_{l\downarrow})}{\omega - E_{l\downarrow} + E_{k\uparrow}} \\
 &+ \sum_{kl} u_{ik\downarrow}^* v_{il\downarrow}^* (v_{jk\uparrow} u_{jl\uparrow} - v_{jl\downarrow} u_{jk\downarrow}) \frac{f(E_{k\downarrow}) - f(-E_{l\downarrow})}{\omega + E_{l\downarrow} + E_{k\downarrow}}.
 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Podatność par Coopera

Badanie tylko podatności spinowej nie pozwala na jednoznaczne stwierdzenie czy mamy, do czynienia ze wzajemną stabilizacją fazy FFLO oraz SDW. Należy również pokazać, że w obecności SDW wzrasta lub co najmniej pozostaje bez zmian podatność par Coopera. W celu sprawdzenia zachowania tej wielkości, podobnie jak dla podatności spinowej, rozpatrujemy układ w obecności SDW bez nadprzewodnictwa. W ten sposób, bez określania mechanizmu parującego, określić możemy wpływ SDW na możliwość tworzenia się par Coopera. Układ opisany jest teraz przez hamiltonian:

$$H = H_0 + H_{SDW}, \quad (4.22)$$

gdzie podobnie jak uprzednio H_0 jest częścią kinetyczną, opisującą przeskoki elektronów (2.3), natomiast H_{SDW} jest częścią opisującą SDW:

$$H_{SDW} = \sum_{i\sigma} -\sigma M_i c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma}, \quad (4.23)$$

gdzie $M_i = M_0 \cos(\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{Q}_{SDW})$ jest magnetyzacją na węźle. Hamiltonian ten może być zdiagonalizowany przy użyciu transformacji unitarnej $c_{i\sigma} = \sum_n u_{in\sigma} a_{n\sigma}$, dla której współczynniki u_{in} wyznaczamy poprzez:

$$\sum_{ij} u_{in\sigma} H_{ij\sigma} u_{jm\sigma} = E_{m\sigma} \delta_{mn}, \quad (4.24)$$

przy $H_{ij\sigma} = -t\delta_{\langle i,j \rangle} - (\mu + \sigma(h + M_i))\delta_{ij}$. Wykorzystując tę transformację, wyznaczyć możemy podatność par Coopera:

$$\chi^\Delta(\mathbf{q}) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{-1}{N} \sum_{ij} \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_{ij}) \langle \langle \hat{\Delta}_i | \hat{\Delta}_j^\dagger \rangle \rangle_\omega, \quad (4.25)$$

gdzie $\hat{\Delta}_i = \sum_j \eta(\mathbf{R}_{ij}) c_{i\uparrow} c_{j\downarrow}$. Parowanie o symetrii *d-wave* zostało wprowadzone poprzez czynnik $\eta(\mathbf{R}_{ij})$ równy 1 (−1) dla $\mathbf{R} = \hat{x}(\hat{y})$ oraz zero dla pozostałych możliwości. Retardowaną funkcję Greena $\langle\langle \hat{\Delta}_i | \hat{\Delta}_j^\dagger \rangle\rangle_\omega$ obliczyć możemy jako:

$$\langle\langle \hat{\Delta}_i | \hat{\Delta}_j^\dagger \rangle\rangle_\omega = \sum_{mn} \sum_{i'j'} \eta(\mathbf{R}_{ii'}) \eta(\mathbf{R}_{jj'}) u_{in\uparrow} u_{i'm\downarrow} u_{j'm\downarrow}^* u_{jn\uparrow}^* \frac{f(-E_{n\uparrow}) - f(E_{m\downarrow})}{\omega - E_{m\downarrow} - E_{n\uparrow}}, \quad (4.26)$$

gdzie $f(E)$ jest funkcją rozkładu Fermiego-Diracka. Podobnie jak w przypadku podatności spinowej, rozpatrujemy względną zmianę podatności par Coopera:

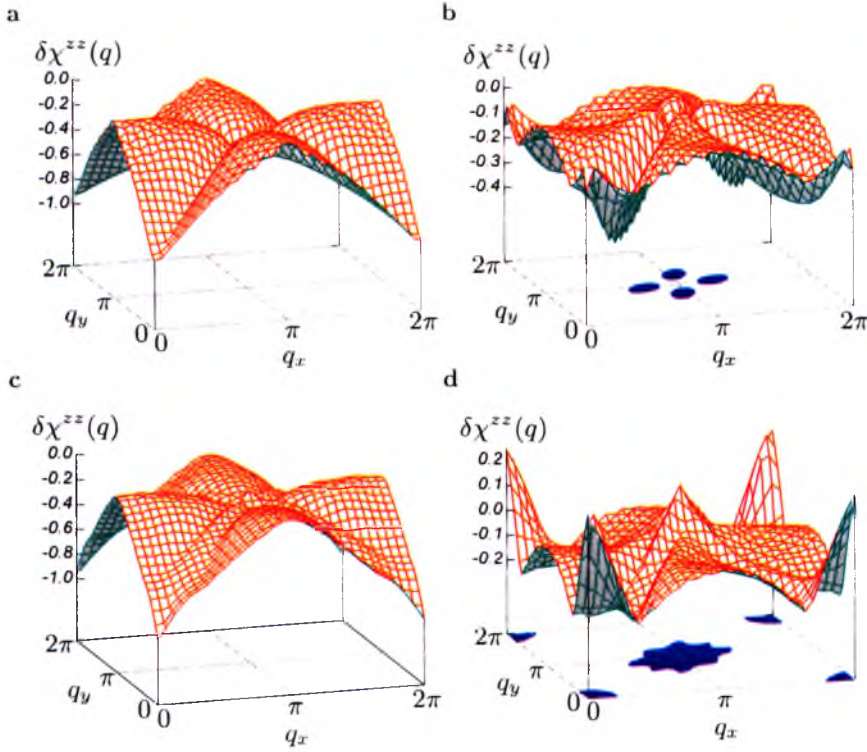
$$\delta\chi^\Delta(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\chi^\Delta(\mathbf{q}, \omega) - \chi_0^\Delta(\mathbf{q}, \omega)}{\chi_0^\Delta(\mathbf{q}, \omega)}, \quad (4.27)$$

gdzie $\chi_0^\Delta(\mathbf{q}, \omega)$ jest podatnością określoną w przypadku braku SDW, tj. dla $M_0 = 0$.

Wyniki obliczeń numerycznych dla statycznych podatności

Istnieje bardzo duża liczba możliwych realizacji nadprzewodnictwa z niezerowym pędem par Coopera FFLO oraz niewspółmiernej struktury magnetycznej SDW, m. in. ze względu na liczbę kombinacji wektorów \mathbf{Q}_{SC} oraz \mathbf{Q}_{SDW} . Nie jest możliwe zatem przedstawienie wszystkich wyników numerycznych w sposób całościowy. Skupiamy się zatem na pewnych wybranych wartościach pędów \mathbf{Q}_{SC} oraz \mathbf{Q}_{SDW} dla których ma miejsce wzajemna stabilizacja obu faz. Podejście takie pokazuje, że stabilizacja SDW i FFLO jest możliwa, choć nie jest to zjawisko powszechne. Obliczenia numeryczne zostały przeprowadzone dla dwuwymiarowej sieci kwadratowej 32×32 , z okresowymi warunkami brzegowymi.

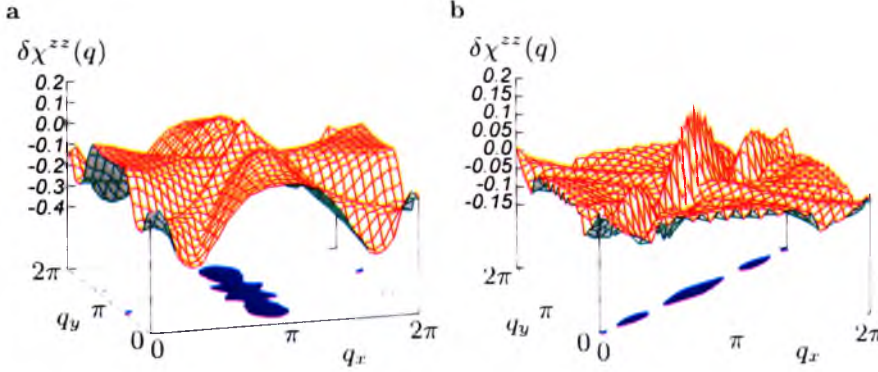
Po pierwsze należy wykazać, że nadprzewodnictwo FFLO może zwiększać skłonność układu do tworzenia SDW. W tym celu wyznaczamy statyczną podatność spinową $\chi^{zz}(\mathbf{q}, \omega = 0) \equiv \chi^{zz}(\mathbf{q})$. Wykres 4.4 przedstawia względną zmianę podatności spinowej



Rysunek 4.4: Względne zmiany podatności spinowej $\delta\chi^{zz}(\mathbf{q})$ indukowane nadprzewodnictwem. Wyniki numeryczne dla $\Delta_0 = 0.2t$ oraz $h = 0$. Przyjęto $kT = 0.05t$. Dla panelu a i b $\mu = 0$, natomiast dla c i d $\mu = -0.25t$. Panele a i c, przedstawiają wyniki dla nadprzewodnictwa BCS ($\mathbf{Q}_{SC} = (0,0)$), natomiast panele b i d dla nadprzewodnictwa FFLO z pędem $\mathbf{Q}_{SC} = (\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8})$. Zacięniowane obszary oznaczają miejsca wzrostu podatności ($\delta\chi^{zz}(\mathbf{q}) > 0$).

$\chi^{zz}(\mathbf{q})$ dla różnych rodzajów nadprzewodnictwa w przypadku braku zewnętrznego pola magnetycznego. Widzimy, że o ile nadprzewodnictwo BCS zmniejsza podatność spinową, o tyle nadprzewodnictwo z niezerowym pędem par Coopera, może podatność zwiększyć, przynajmniej dla wybranych wartości \mathbf{q} (zacięniowane obszary podstaw wykresów b i d). Brak wzmocnienia podatności spinowej w przypadku nadprzewodnictwa BCS jest zgodna z oczekiwaniami.

Generalnie wartość względnej zmiany podatności spinowej $\delta\chi^{zz}(\mathbf{q})$ zależy od wartości całkowitego pędu par Coopera \mathbf{Q}_{SC} – widzimy to m. in. z porównania rysunków 4.4.d oraz 4.5. Jednakże niezależnie od \mathbf{Q}_{SC} nadprzewodnictwo niekonwencjonalne FFLO ($\mathbf{Q}_{SC} \neq 0$)

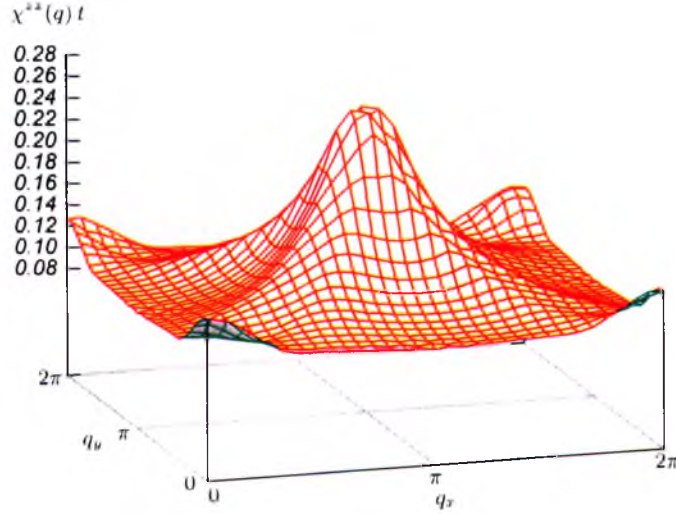


Rysunek 4.5: Względne zmiany podatności spinowej $\chi^{zz}(\mathbf{q})$ indukowane nadprzewodnictwem. Wyniki numeryczne dla $\Delta_0 = 0.2t$ oraz $h = 0$. Przyjęto $kT = 0.05t$ oraz $\mu = -0.25t$. Panele a i b przedstawiają wyniki dla nadprzewodnictwa FFLO z pędami odpowiednio $\mathbf{Q}_{SC} = (\frac{\pi}{8}, 0)$ oraz $\mathbf{Q}_{SC} = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

powoduje znaczne zwiększenie podatności spinowej dla wektora \mathbf{q} równego lub bliskiego (π, π) . W przypadku niektórych wartości \mathbf{Q}_{SC} , wzrost ten występuje również dla $\mathbf{q} = 0$ (rysunek 4.4.d). Sugeruje to, że faza FFLO może stabilizować nie tylko AF ale również ferromagnetyzm w układzie. Ponieważ zgodnie z danymi doświadczalnymi dla $CeCoIn_5$, rozważamy nadprzewodnictwo singletowe, które jest niszczone przez ferromagnetyzm, efekt ten nie ma większego znaczenia fizycznego. Ponadto na rysunku 4.4 oraz 4.5 prezentowane są względne zmiany podatności spinowej indukowane obecnością nadprzewodnictwa, przy czym sama podatność $\chi^{zz}(\mathbf{q})$ posiada swoje maksimum blisko (π, π) – rysunek 4.6. Dlatego też w dalszej części skupiamy się na podatności spinowej dla pędu $\mathbf{q} = (\pi, \pi)$ i określamy $\delta\chi^{zz}(\pi, \pi)$ (wykres 4.7) oraz $\delta\chi^+(\pi, \pi)$ (wykres 4.8). Widzimy, że nadprzewodnictwo ze skończonym niezerowym pędem par Coopera (wykresy 4.7.d oraz 4.8.d) może znacząco wzmacniać podatność spinową w dwóch reżimach:

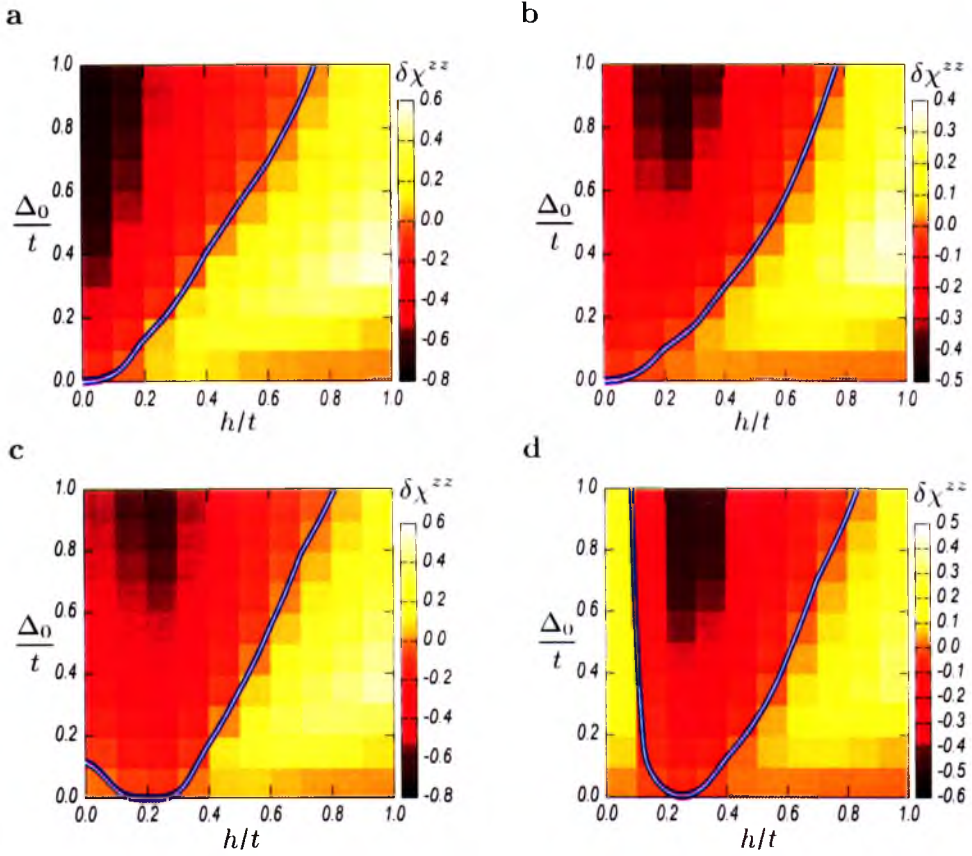
- (i) dla słabego zewnętrznego pola magnetycznego $h < 0.1t$,
- (ii) dla silnego zewnętrznego pola magnetycznego $h \simeq t$.

Na wykresie 4.9 prezentujemy modyfikację podatności par Coopera, wywołaną obecno-



Rysunek 4.6: Podatność spinowa $\chi^{zz}(\mathbf{q})$. Wyniki numeryczne dla $\Delta_0 = 0.2t$ oraz $h = 0$. Przyjęto $kT = 0.05t$ oraz $\mu = -0.25t$. Wyniki dla nadprzewodnictwa FFLO z pędem $\mathbf{Q}_{SC} = (\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8})$.

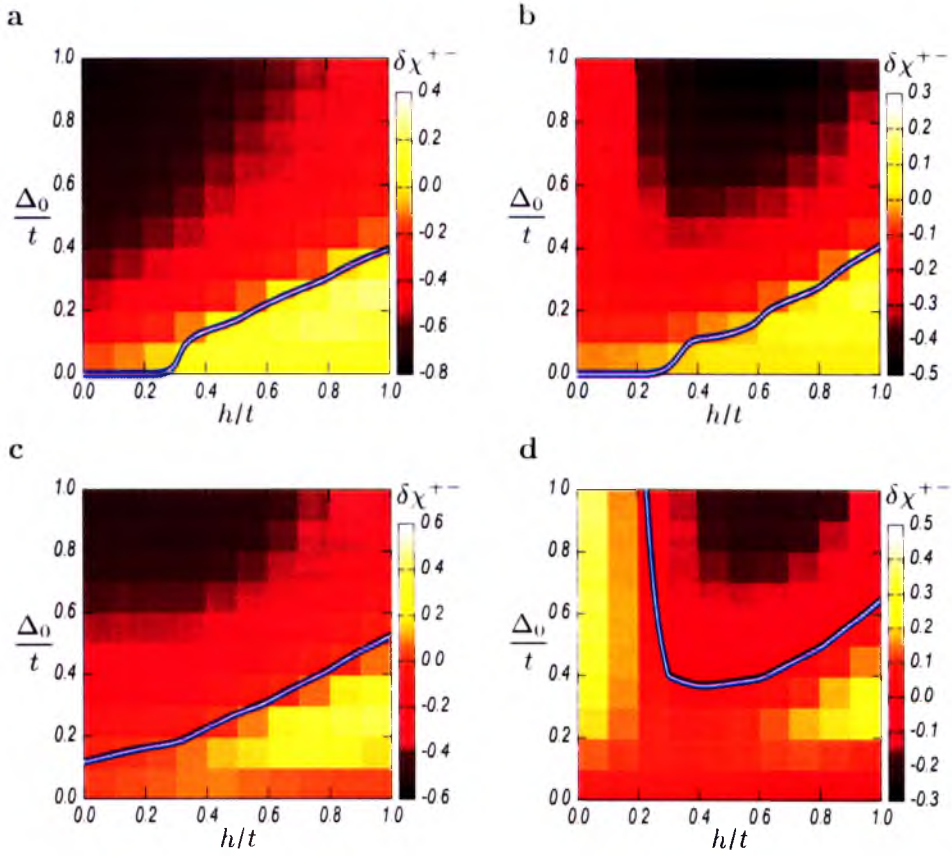
ścią niewspółmiernego SDW w obecności słabego (panele a i c) i silnego (panele b i d) zewnętrznego pola magnetycznego. W reżimie (i) uporządkowanie antyferromagnetyczne ($\mathbf{Q}_{SDW} = (\pi, \pi)$) silnie redukuje podatność par Coopera - wykres 4.10.c. W przypadku niewspółmiernego SDW obserwujemy redukcję podatności wynoszącą zaledwie 3% - wykres 4.9.c. Istotnemu wzmocnieniu podatności spinowej odpowiada więc niewielkie zmniejszenie podatności par pod warunkiem, że występuje w układzie nadprzewodnictwo niekonwencjonalne FFLO oraz niewspółmierne SDW. W reżimie (ii) ma miejsce wzrost podatności par niezależnie od pędu par Coopera - dla porównania wykresy 4.9.d oraz 4.10.b. Jednakże maksimum podatności $\chi^{\Delta}(\mathbf{q})$ dla $h \simeq t$ odpowiada niezerowemu pędowi \mathbf{q} - wykres 4.9.b. Sugeruje to, że w układzie bardziej prawdopodobne jest nadprzewodnictwo FFLO niż BCS. W obecności silnego pola magnetycznego maksimum $\chi^{zz}(\mathbf{q})$ odpowiada $\mathbf{q} \neq (\pi, \pi)$, co jest równoważne stwierdzeniu, że układ posiada tendencję do formowania niewspółmiernego SDW. Dlatego także w reżimie (ii) wzajemne wzmocnienie dotyczy stanu FFLO oraz SDW. Otrzymane wyniki nie stoją w sprzeczności z powszechnie oczekiwanym współzawodnictwem oraz niszczeniem fazy BCS przez uporządkowanie antyferromagnetyczne.



Rysunek 4.7: Względna zmiana podatności spinowej $\delta\chi^{zz}(\pi, \pi)$ określona dla $kT = 0.05t$, w funkcji zewnętrznego pola magnetycznego h oraz amplitudy OP Δ_0 . Dla panelu a i b $\mu = 0$, natomiast dla c i d $\mu = -0.25t$. Panele a i c, przedstawiają wyniki dla nadprzewodnictwa BCS ($Q_{SC} = (0, 0)$), natomiast panele b i d dla nadprzewodnictwa FFLO z pędem $Q_{SC} = (\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8})$. Ciągła linia oznacza $\delta\chi^{zz}(q) = 0$ – nadprzewodnictwo powoduje zwiększenie $\delta\chi^{zz}(q)$ poniżej ciągłej linii.

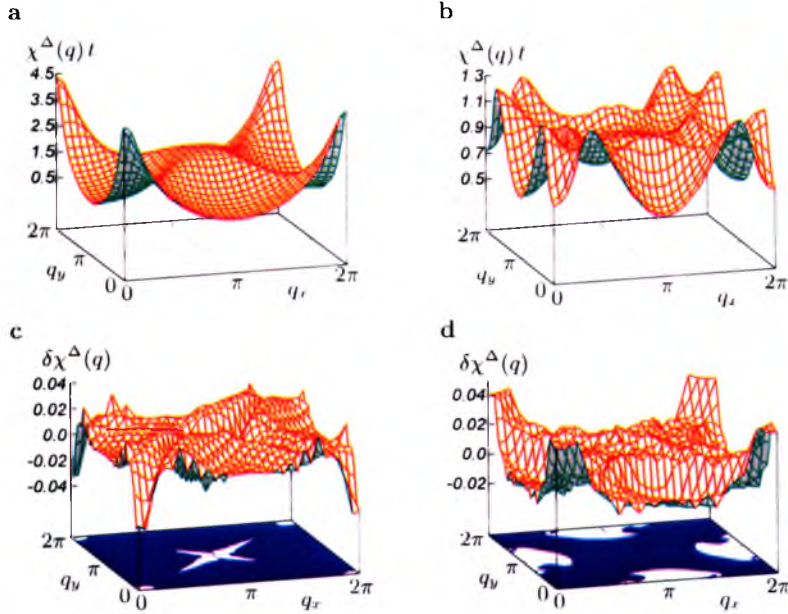
Z drugiej strony mikroskopowe mechanizmy prowadzące do powstawania nadprzewodnictwa i uporządkowania magnetycznego w $CeCoIn_5$ są nadal rozważane, wobec czego nie można jednoznacznie określić wpływu zewnętrznego pola magnetycznego na obie fazy. Dodatkowo oczekiwać można, że opis nadprzewodnictwa w ramach teorii BCS nie jest odpowiedni do opisu silnie skorelowanych układów ciężkofermionowych. W konsekwencji nie można stwierdzić, który reżim ((i) czy (ii)) jest faktycznie realizowany w $CeCoIn_5$.

Wyniki prezentowane na wykresach 4.9 oraz 4.10 pokazują zależność względnej zmiany



Rysunek 4.8: Względna zmiana podatności spinowej $\delta\chi^{+-}(\pi, \pi)$ określona dla $kT = 0.05t$, w funkcji zewnętrznego pola magnetycznego h oraz amplitudy OP Δ_0 . Dla panelu a i b $\mu = 0$, natomiast dla c i d $\mu = -0.25t$. Panele a i c przedstawiają wyniki dla nadprzewodnictwa BCS ($\mathbf{Q}_{SC} = (0,0)$), natomiast panele b i d dla nadprzewodnictwa FFLO z pędem $\mathbf{Q}_{SC} = (\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8})$. Ciągła linia oznacza $\delta\chi^{+-}(\mathbf{q}) = 0$ – nadprzewodnictwo powoduje zwiększenie $\delta\chi^{+-}(\mathbf{q})$ poniżej ciągłej linii.

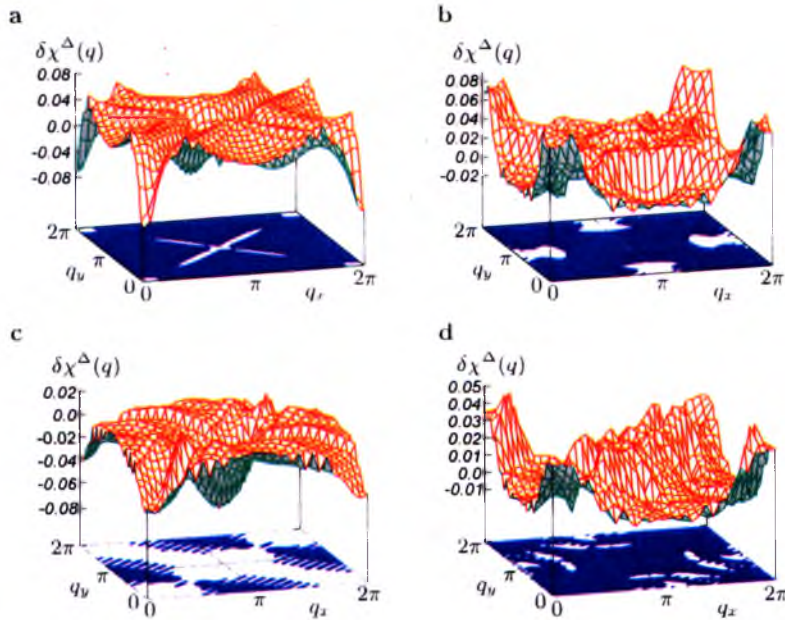
podatności par Coopera $\delta\chi^\Delta(\mathbf{q})$ od modulacji SDW \mathbf{Q}_{SDW} . Jakościowe wyniki dla $\mathbf{Q}_{SDW} = (\pi, \pi)$ oraz $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{15\pi}{16}, \frac{15\pi}{16})$, uzyskane dla $\delta\chi^\Delta(\mathbf{q})$, są podobne – odpowiednio wykresy 4.9.d oraz 4.10.b. Dla $h \leq 0.1t$ oraz $\mathbf{q} \ll 1$ zmniejszenie $\chi^\Delta(\mathbf{q})$ przy $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{15\pi}{16}, \frac{15\pi}{16})$ jest mniej wyraźne niż dla $\mathbf{Q}_{SDW} = (\pi, \pi)$. W porównaniu z wynikami otrzymanymi dla podatności spinowej, wskazuje to, że omawiane mechanizmy sprzyjają tworzeniu niewspółmiernego SDW z wektorem modulacji \mathbf{Q}_{SDW} bliskim (ale nie równym) (π, π) .



Rysunek 4.9: Podatność par Coopera $\chi^{\Delta}(\mathbf{q})$ w obecności SDW dla $\mu = -0.25t$, $M_0 = 0.2t$, $kT = 0.05t$ oraz $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{15\pi}{16}, \frac{15\pi}{16})$. W przypadku panelu a i b przyjęto zewnętrzne pole magnetyczne odpowiednio $h = 0.1t$ oraz $h = 0.7t$. Panele c i d pokazują względne zmiany podatności $\delta\chi^{\Delta}(\mathbf{q})$, przy parametrach, odpowiednio, jak dla a i b. Zacięniowane obszary na dolnych panelach oznaczają miejsca wzrostu podatności ($\delta\chi^{\Delta}(\mathbf{q}) > 0$).

Podsumowanie

W części tej badaliśmy tendencje układu z nadprzewodnictwem FFLO do tworzenia niewspółmiernego SDW. Podobnie tendencje układu z SDW do tworzenia FFLO. Fazy te mogą w określonych warunkach wzajemnie się wzmocnić w znaczeniu takim, że obecność jednej z faz może zwiększać tendencje do tworzenia drugiej. Wzmocnienie to może wynikać z faktu, że w obecności niewspółmiernego SDW punkty $-\mathbf{k}$ oraz \mathbf{k} nie są równoważne, co może sprzyjać tworzeniu par Coopera z niezerowym całkowitym pędem, tj. powstawaniu fazy FFLO. Szczególne warunki do tego mogą być spełnione w $CeCoIn_5$, gdzie wydaje się, że występuje współistnienie SDW oraz FFLO, i obie fazy zanikają przy tym samym polu krytycznym. [109] Prezentowane przez nas wyniki są w pewnym stopniu niezależne od oddziaływań będących źródłami porządku magnetycznego i nadprzewodnic-

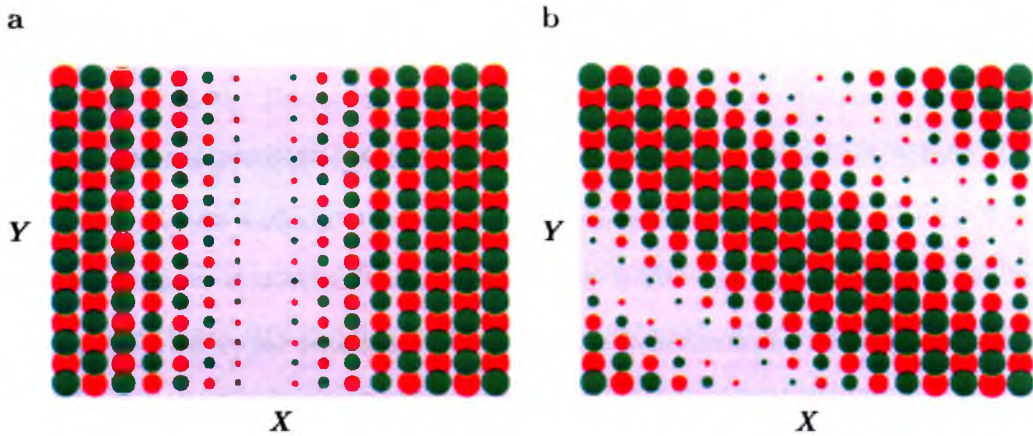


Rysunek 4.10: Względne zmiany podatności par Coopera $\delta\chi^\Delta(\mathbf{q})$ w obecności SDW dla $h = 0.1t$ (lewe panele) oraz $h = 0.7t$ (prawe panele). Dla paneli a i b przyjęto $\mathbf{Q}_{SDW} = (\pi, \pi)$, natomiast dla paneli c i d $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. Wyniki obliczeń numerycznych przy $\mu = -0.25t$ $M_0 = 0.2t$, $kT = 0.05t$. Zacięniowane obszary oznaczają miejsca wzrostu podatności ($\delta\chi^\Delta(\mathbf{q}) > 0$).

stwa. Wykazane wzmocnienie jednej fazy przez drugą jest interesujące zarówno ze względów doświadczalnych, jak i teoretycznych. Należy zauważyć, że z analizy opartej na teorii Landaua–Ginsburga, wynika konkurencja obu zjawisk. Rozważania te jednak nie mogą być odniesione do układów z dwoma różnymi nadprzewodzącymi OP. [136] Dodatkowo można oczekiwać, że względu na rozważania prezentowane w rozdziale 3, że rozkład nadprzewodzącego OP będzie modyfikowany przez SDW i odwrotnie - obecność nadprzewodnictwa może wpływać na przestrzenny rozkład momentów magnetycznych – rozważania dotyczące tego zagadnienia prezentujemy w następnym podrozdziale.

4.3 Współistnienie faz w stanie podstawowym

W poprzedniej części badaliśmy tendencje układu do powstawania jednej fazy w przypadku występowania drugiej – powstawania FFLO w obecności SDW lub SDW w obecności FFLO. Podejście takie nie pozwala na zbadanie wzajemnego wpływu obu faz na siebie. Dlatego w części tej rozważamy możliwość współistnienia SDW z fazą FFLO oraz wpływ SDW na rozkład nadprzewodzącego OP. Rozpatrujemy układ, w którym jednocześnie tworzy się SDW oraz nadprzewodnictwo. Podobnie jak uprzednio, zakładamy, że przestrzenny rozkład SDW określony jest poprzez $M_i = M_0 \cos(\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{Q}_{SDW})$, gdzie \mathbf{Q}_{SDW} będące wektorem modulacji SDW zostanie przyjęte zgodnie z eksperymentami opisanymi we wstępie (podrozdział 4.1). Wyniki z eksperymentów NMR oraz rozpraszania neutronów sugerują różne struktury magnetyczne. Rozważamy dwie możliwości – SDW z modulacją $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{15}{16}, 1)\pi$ (rozpraszanie neutronów) oraz $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{15}{16}, \frac{15}{16})\pi$ (NMR) pokazane na rysunku 4.11. Rozważania teoretyczne nie faworyzują żadnej z tych



Rysunek 4.11: Rozpatrywane rozkłady przestrzenne SDW w płaszczyźnie ab . Wielkość okręgów odpowiada modułowi $|M_i|$, natomiast kolor znakowi wartości M_i . Panel a – SDW dla $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{15}{16}\pi, \pi)$, panel b – dla $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{15}{16}\pi, \frac{15}{16}\pi)$

możliwości. [129] Rozważamy hamiltonian postaci:

$$H = H_0 + H_{SDW} + H_U + H_V, \quad (4.28)$$

gdzie H_0 jest częścią kinetyczną daną poprzez (2.3):

$$H_0 = \sum_{\langle i,j \rangle \sigma} (-t - (\mu + \sigma h) \delta_{ij}) c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma},$$

H_{SDW} jest częścią opisującą SDW postaci (4.23):

$$H_{SDW} = \sum_{i\sigma} -\sigma M_i c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma},$$

natomiast H_U oraz H_V są wyrazami opisującymi nadprzewodnictwo o symetrii odpowiednio *s-wave* oraz *d-wave* – postaci (2.4) oraz (2.28):

$$H_U = U \sum_i c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\uparrow} c_{i\downarrow}^\dagger c_{i\downarrow}, \quad (4.29)$$

$$H_V = V \sum_{\langle i,j \rangle} c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\uparrow} c_{j\downarrow}^\dagger c_{j\downarrow}. \quad (4.30)$$

Zakładamy, że realizowany jest tylko jeden rodzaj symetrii nadprzewodzącego OP. W przybliżeniu MF otrzymujemy część związaną z parametrem porządku o symetrii *s-wave* postaci:

$$H_U = \sum_i \left(\Delta_i c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\downarrow}^\dagger + H.c. \right) - \frac{1}{U} \sum_i |\Delta_i|^2, \quad (4.31)$$

gdzie $\Delta_i = U \langle c_{i\downarrow} c_{i\uparrow} \rangle$ (przy $U < 0$) oraz dla symetrii *d-wave*:

$$H_V = \sum_{i,\alpha} \left[\frac{\Delta_i^\alpha}{2} \left(c_{i\uparrow}^\dagger c_{i+\alpha\downarrow}^\dagger - c_{i\downarrow}^\dagger c_{i+\alpha\uparrow}^\dagger \right) + H.c. \right] - \frac{1}{V} \sum_{i,\alpha} |\Delta_i^\alpha|^2, \quad (4.32)$$

gdzie:

$$\Delta_i^\alpha = \frac{V}{2} \langle c_{i+\alpha\downarrow} c_{i\uparrow} - c_{i+\alpha\uparrow} c_{i\downarrow} \rangle \quad (4.33)$$

dla $\alpha \in \{\hat{x}, \hat{y}\}$ (przy $V < 0$). W układzie anizotropowym (w obecności SDW) zakładamy w ogólności, że $\Delta_i^x \neq -\Delta_i^y$.

Zgodnie z (1.3), zakładamy, że parametr porządku w przestrzeni rzeczywistej dany jest poprzez:

$$\Delta_i^{(\alpha)} = \sum_{\mathbf{q}} \Delta_{\mathbf{q}}^{(\alpha)} \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_i). \quad (4.34)$$

Poszczególne wyrazy hamiltonianu (4.28) w przestrzeni pędów przyjmują postać:

$$H_0 = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma} \quad (4.35)$$

$$H_{SDW} = - \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \frac{\sigma M_0}{2} \left(c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}-\mathbf{Q}_{SDW}, \sigma} + c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}_{SDW}, \sigma} \right) \quad (4.36)$$

$$H_U = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{q}} \left(\Delta_{\mathbf{q}} c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}, \downarrow}^\dagger + h.c. \right) - \frac{N}{U} \sum_{\mathbf{q}} |\Delta_{\mathbf{q}}|^2 \quad (4.37)$$

$$H_V = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{q}} \sum_{\alpha} \left(\Delta_{\mathbf{q}}^\alpha d_{\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}, \downarrow}^\dagger + H.c. \right) - \frac{N}{V} \sum_{\mathbf{q}, \alpha} |\Delta_{\mathbf{q}}^\alpha|^2, \quad (4.38)$$

przy czym relacja dyspersyjna dana jest jako:

$$\mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma} = -2t (\cos(k_x) + \cos(k_y)) - (\mu + \sigma h), \quad (4.39)$$

natomiast czynniki strukturalne $d_{x(y)}(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ przyjmują formę:

$$d_{x(y)}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{1}{2} \left\{ e^{-ik_{x(y)}} + e^{-i[-k_{x(y)} + q_{x(y)}]} \right\}. \quad (4.40)$$

Parametry porządku o symetrii *s-wave* oraz *d-wave* dane są odpowiednio poprzez:

$$\Delta_{\mathbf{q}} = \frac{U}{N} \sum_{\mathbf{k}} \langle c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} \rangle, \quad (4.41)$$

$$\Delta_{\mathbf{q}}^{x(y)} = \frac{V}{N} \sum_{\mathbf{k}} d_{x(y)}^*(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \langle c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} \rangle. \quad (4.42)$$

Rozpatrywany hamiltonian może być zdiagonalizowany poprzez transformację Bogolubowa-Valatina postaci (B.14):

$$c_{\mathbf{k}\sigma} = \sum_n \left(u_{\mathbf{k}n\sigma} \gamma_{n\sigma} - \sigma v_{\mathbf{k}n\sigma}^* \gamma_{n\bar{\sigma}}^\dagger \right),$$

która prowadzi do równania BdG postaci:

$$E_{n\sigma} \begin{pmatrix} u_{\mathbf{k}n\sigma} \\ v_{\mathbf{k}n\bar{\sigma}} \end{pmatrix} = \sum_{\mathbf{p}} \begin{pmatrix} H_{\mathbf{k}p\sigma} & \tilde{\Delta}_{\mathbf{k}p} \\ \tilde{\Delta}_{\mathbf{k}p}^* & -H_{\mathbf{k}p\bar{\sigma}}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{\mathbf{p}n\sigma} \\ v_{\mathbf{p}n\bar{\sigma}} \end{pmatrix}. \quad (4.43)$$

W równaniu tym $H_{\mathbf{k}p\sigma} = -\delta_{\mathbf{k},\mathbf{p}-\mathbf{Q}_{SDW}} \frac{\sigma M_0}{2} + \delta_{\mathbf{k}p} \mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma} - \delta_{\mathbf{k},\mathbf{p}+\mathbf{Q}_{SDW}} \frac{\sigma M_0}{2}$ jest hamiltonianem jednocząstkowym, natomiast $\tilde{\Delta}_{\mathbf{k}p} = \sum_{\mathbf{q}} \Delta_{\mathbf{q}} \delta_{\mathbf{k},-\mathbf{p}+\mathbf{q}}$ oraz $\tilde{\Delta}_{\mathbf{k}p}^* = \sum_{\mathbf{q}} \Delta_{\mathbf{q}}^* d_{\alpha}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \delta_{\mathbf{k},-\mathbf{p}+\mathbf{q}}$ jest parametrem porządku odpowiednio o symetrii *s-wave* oraz *d-wave*. Nadprzewodzący OP określany w sposób samouzgodniony poprzez (4.41), (4.42) oraz (4.43). Otrzymujemy:

$$\langle c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} \rangle = \sum_n \left(v_{-\mathbf{k}+\mathbf{q},n\downarrow}^* u_{\mathbf{k}n\uparrow} f(E_{n\uparrow}) - u_{-\mathbf{k}+\mathbf{q},n\downarrow} v_{\mathbf{k}n\uparrow}^* f(-E_{n\downarrow}) \right),$$

gdzie $f(E) = \frac{1}{1+\exp(\beta E)}$ jest funkcją rozkładu Fermiego-Diraca.

Poszukiwanie rozwiązań równań BdG w przestrzeni pędów jest równoważne rozwiązywaniu równań BdG w przestrzeni rzeczywistej. Przejście do przestrzeni odwrotnej staje się korzystne tylko wtedy, gdy system, z powodu występującej w układzie symetrii, posiada niezmienniczość wzdłuż dowolnego kierunku. W dalszych rozważaniach wykorzystujemy tę własność. Korzystamy przy tym z założeń dotyczących wektora modulacji SDW.

Definiujemy wektor niewspółmierności $\delta = (\pi, \pi) - \mathbf{Q}_{SDW}$. W przypadku rozpatrywanych wektorów \mathbf{Q}_{SDW} równania (4.43) można sprowadzić do zagadnień własnych macierzy klatkowej. Dla układu o wymiarach $L \times L$ oraz $\delta || [11]$ maksymalny rozmiar diagonalizowanej macierzy to $2L \times 2L$, natomiast dla $\delta || [10]$ maksymalny rozmiar to $4L \times 4L$. Podejście takie umożliwia rozpatrywanie układów o dużym wymiarze – ograniczenie które tu występuje związane jest z ograniczeniem rozpatrywanych pędów w blokach, a tym samym dozwolonych pędów par Coopera rozpatrywanych w rozkładzie (4.34). W pierwszym przypadku rozpatruje się każdorazowo pędy w kierunku $[11]$, tj. $\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_0 + [\frac{2\pi}{L}, \frac{2\pi}{L}]$, $\mathbf{k}_0 + [2 \cdot \frac{2\pi}{L}, 2 \cdot \frac{2\pi}{L}]$, ..., $\mathbf{k}_0 + [(L-1) \cdot \frac{2\pi}{L}, (L-1) \cdot \frac{2\pi}{L}]$, gdzie \mathbf{k}_0 jest pędem początkowym w danym bloku. W drugim pędy w kierunku $[10]$, tj. $\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_0 + [\frac{2\pi}{L}, 0]$, $\mathbf{k}_0 + [2 \cdot \frac{2\pi}{L}, 0]$, ..., $\mathbf{k}_0 + [(L-1) \cdot \frac{2\pi}{L}, 0]$, $\mathbf{k}_0 + [0, \pi]$, $\mathbf{k}_0 + [\frac{2\pi}{L}, \pi]$, $\mathbf{k}_0 + [2 \cdot \frac{2\pi}{L}, \pi]$, ..., $\mathbf{k}_0 + [(L-1) \cdot \frac{2\pi}{L}, \pi]$. Gdyby rozważać równania BdG w przestrzeni rzeczywistej, musielibyśmy diagonalizować macierz o wymiarach $2L^2 \times 2L^2$.

Po sprowadzeniu macierzy BdG z równania (4.43) do postaci klatkowej energię swobodną określić możemy poprzez:

$$\frac{\Omega}{N} = -\frac{kT}{N} \sum_{block} \sum_{n,\sigma} \log(1 + \exp(-\beta E_{n\sigma})) - \frac{1}{U} \sum_{\mathbf{q}} |\Delta_{\mathbf{q}}|^2 - \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{q},\alpha} |\Delta_{\mathbf{q}}^{\alpha}|^2, \quad (4.44)$$

gdzie N jest liczbą wszystkich stanów, natomiast parametr porządku określany poprzez wyrażenia:

$$\Delta_{\mathbf{q}} = \frac{U}{N} \sum_{block} \sum_{\mathbf{k} \in block, n} \left(v_{-\mathbf{k}+\mathbf{q},n\downarrow}^* u_{\mathbf{k}n\uparrow} f(E_{n\uparrow}) - u_{-\mathbf{k}+\mathbf{q},n\downarrow} v_{\mathbf{k}n\uparrow}^* f(-E_{n\downarrow}) \right), \quad (4.45)$$

$$\Delta_{\mathbf{q}}^{x(y)} = \frac{V}{N} \sum_{block} \sum_{\mathbf{k} \in block, n} d_{x(y)}^*(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \left(v_{-\mathbf{k}+\mathbf{q},n\downarrow}^* u_{\mathbf{k}n\uparrow} f(E_{n\uparrow}) - u_{-\mathbf{k}+\mathbf{q},n\downarrow} v_{\mathbf{k}n\uparrow}^* f(-E_{n\downarrow}) \right), \quad (4.46)$$

które stanowią modyfikację wyrażeń (4.41) oraz (4.42). W przypadku tym wartości para-

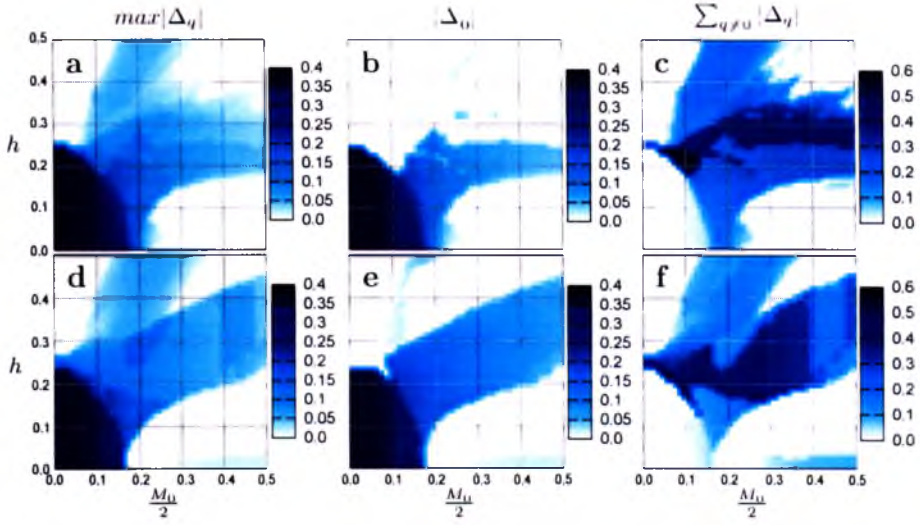
metrów ($u_{\mathbf{k}n\sigma}, v_{\mathbf{k}n\bar{\sigma}}, E_{n\sigma}$) określone są dla każdego bloku z osobna.

Wyniki obliczeń numerycznych

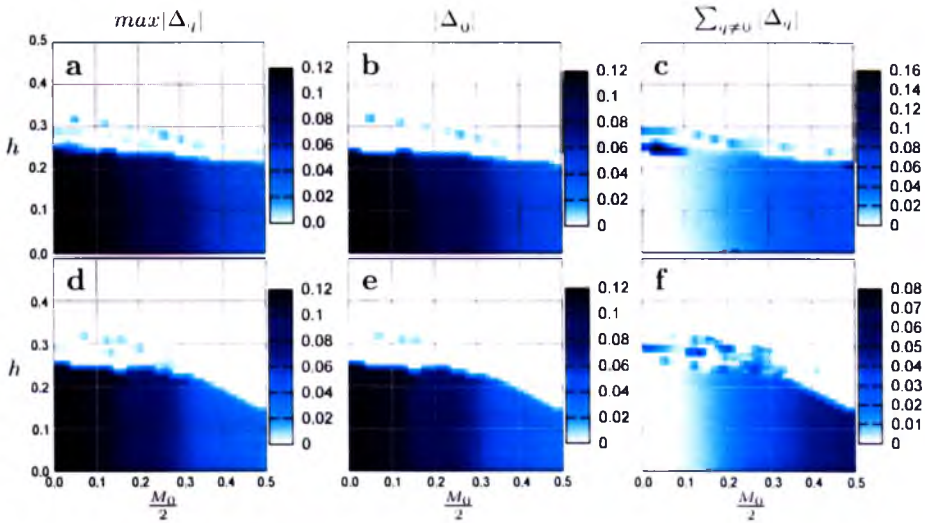
Przyjmujemy, że w przypadku parowania o symetrii *s-wave* oddziaływanie parujące ma wartość $U = -2.0t$, natomiast w przypadku *d-wave* $V = -1.3t$. Dodatkowo zakładamy $\mu = -0.2t$ oraz $1/\beta = k_B T = 10^{-4}t$. Dla innych wartości potencjałów parujących jakościowe wyniki są takie same.

W pierwszej kolejności rozważamy wpływ obecności SDW na nadprzewodnictwo niekonwencjonalne FFLO. W celu zbadania tego wpływu określiliśmy diagramy fazowe dla układu 64×64 – wykres 4.12 dla parowania *s-wave* oraz wykres 4.13 dla parowania *d-wave*. Każdorazowo panele a, b i c odpowiadają SDW z pędem $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{15}{16}, \frac{15}{16})\pi$, panele d, e i f dla $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{15}{16}, 1)\pi$. Panele a i d przedstawiają największą składową pędową parametru porządku (4.34), panele b i e – moduł amplitudy składową parametru porządku odpowiadającą zerowemu pędowi par Coopera oraz panele c i f – sumę modułów składowych parametru porządku odpowiadających niezerowym pędom par Coopera.

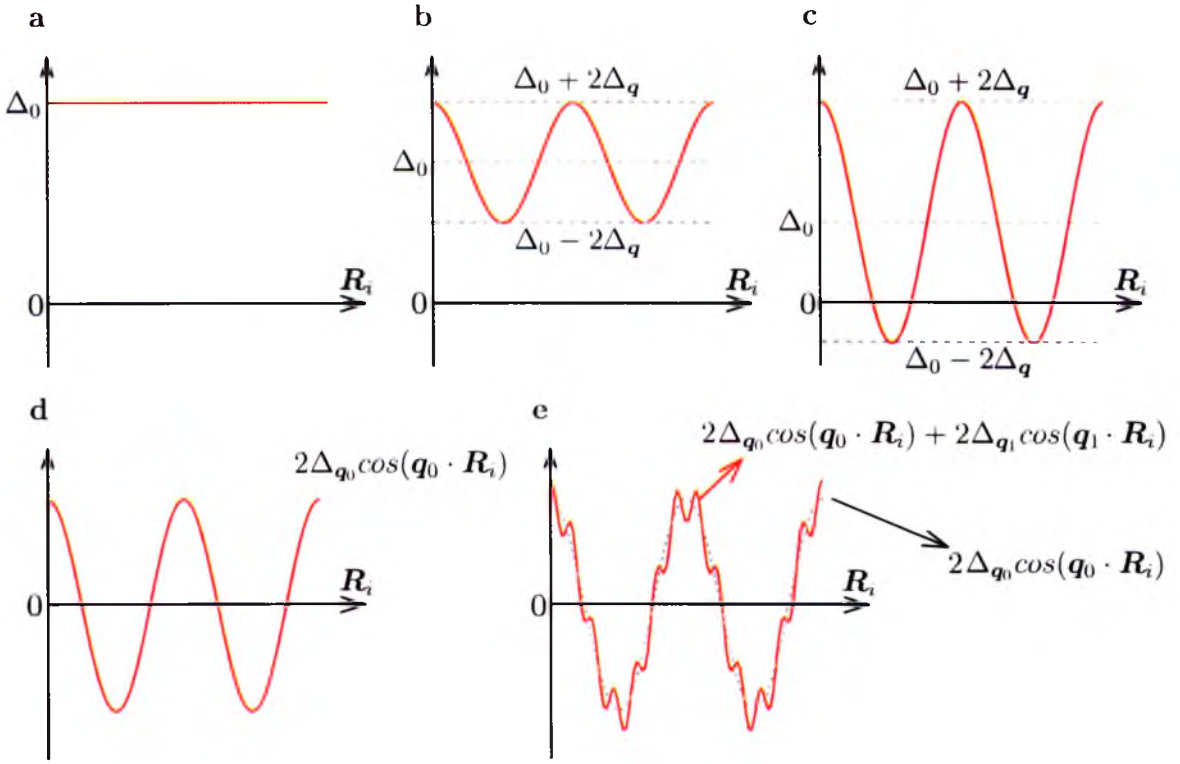
Wybór prezentowanych i porównywanych danych wynika z następującego rozumowania. Składowa OP w przestrzeni pędów z zerowym pędem par Coopera odpowiada składowej BCS rozkładu OP w przestrzeni rzeczywistej – stałej wartości OP w przestrzeni rzeczywistej (rysunek 4.14.a). W obecności słabego pola magnetycznego istnieją tylko pary Coopera z zerowym pędem, co odpowiada stałej wartości OP. Jednak obecność zaburzenia w postaci SDW (lub domieszek – czemu poświęcony był rozdział 3), prowadzi do modyfikacji rozkładu OP w przestrzeni pędowej, wobec czego pojawiają się pary Coopera z niezerowym pędem. Powstawanie par Coopera z niezerowym pędem bezpośrednio przekłada się na dodatkową oscylację OP w przestrzeni rzeczywistej – 4.14.b. W przypadku takim wartości OP w przestrzeni rzeczywistej ograniczone są poziomymi asymptotami o wartościach $\Delta_0 \pm 2\Delta_q$. W przypadku względnie dużej amplitudy dodatkowej modulacji, możliwa jest zmiana znaku



Rysunek 4.12: Diagramy fazowe dla *s-wave*, w przypadku układu 64×64 . Panele *a* i *d* pokazują $\max|\Delta_q|$, panele *b* i *e* prezentują $|\Delta_0|$, natomiast *c* i *f* przedstawiają $\sum_{q \neq 0} |\Delta_q|$. Panele *a*, *b* i *c* dla kierunku $(\frac{15}{16}, \frac{15}{16})\pi$, panele *d*, *e* i *f* dla $(\frac{15}{16}, 1)\pi$.



Rysunek 4.13: Diagramy fazowe dla *d-wave*, w przypadku układu 64×64 . Panele *a* i *d* pokazują $\max|\Delta_q^x|$, panele *b* i *e* prezentują $|\Delta_0^x|$, natomiast *c* i *f* przedstawiają $\sum_{q \neq 0} |\Delta_q^x|$. Panele *a*, *b* i *c* dla kierunku $(\frac{15}{16}, \frac{15}{16})\pi$, panele *d*, *e* i *f* dla $(\frac{15}{16}, 1)\pi$.



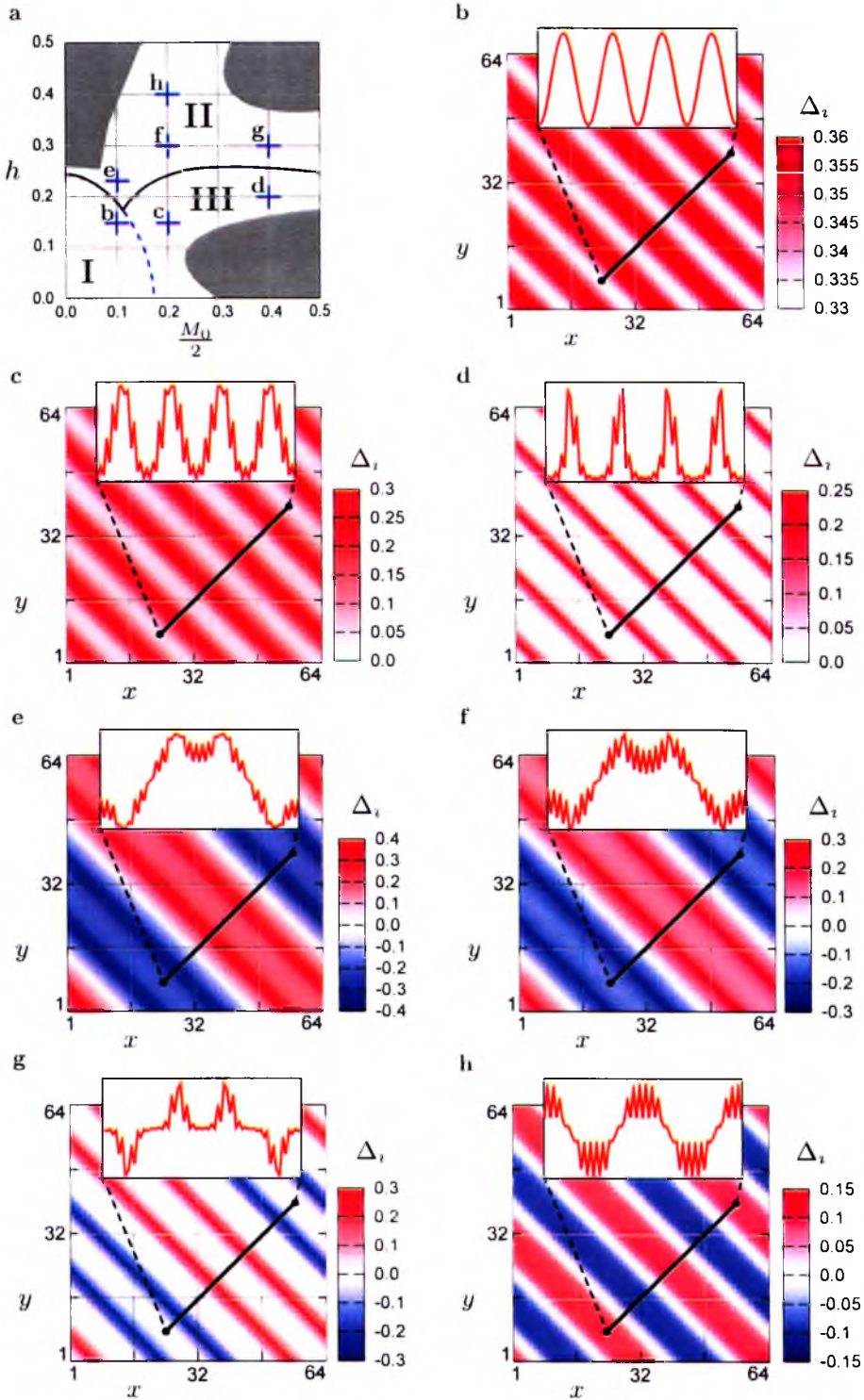
Rysunek 4.14: Schemat możliwych realizacji rozkładu parametru porządku w przestrzeni rzeczywistej.

OP w przestrzeni rzeczywistej, gdy $\Delta_0 - 2\Delta_q < 0$ – co prezentuje rysunek 4.14.c. W ogólnych rozważaniach można więc przyjąć, że w przypadku gdy $|\Delta_0| < 2\sum_{q \neq 0} |\Delta_q|$, parametr porządku w przestrzeni rzeczywistej może zmienić znak. Podobnie sytuacja wygląda w obecności silnego pola magnetycznego w reżimie FFLO. Przypadek ten rozpatrzmy na przykładzie fazy LO – 4.14.d. Pojawienie się dodatkowej modulacji odpowiadającej innemu pędowi par Coopera $q_2 > q_1$, prowadzi do powstania dodatkowej modulacji OP w przestrzeni rzeczywistej – 4.14.e.

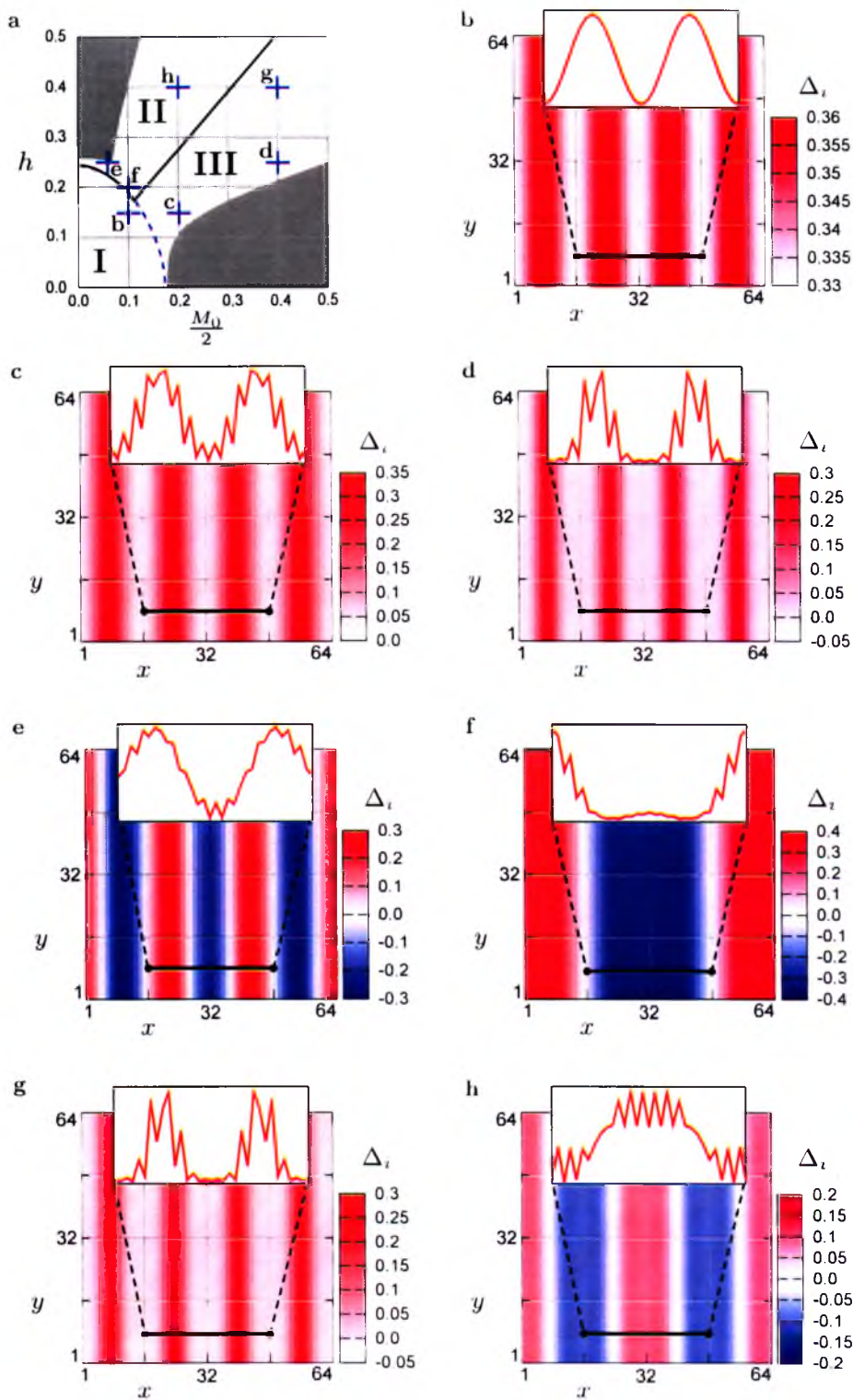
W tym podrozdziale interesuje nas przede wszystkim wpływ obecności SDW na rozkład OP w przestrzeni rzeczywistej. Jak pisałem wcześniej, pojawienie się względnie silnego zaburzenia może powodować przejście ze stanu nadprzewodnictwa konwencjonalnego do niekonwencjonalnego (typu FFLO). Uzyskane wyniki numeryczne prezentują wykresy

4.15 – dla nadprzewodnictwa typu *s-wave* w obecności SDW dla $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{15}{16}, \frac{15}{16})\pi$, 4.16 – dla nadprzewodnictwa typu *s-wave* w obecności SDW dla $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{15}{16}, 1)\pi$, 4.17 – dla nadprzewodnictwa typu *d-wave* w obecności SDW dla $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{15}{16}, \frac{15}{16})\pi$, oraz 4.18 – dla nadprzewodnictwa typu *d-wave* w obecności SDW w kierunku $\mathbf{Q}_{SDW} = (\frac{15}{16}, 1)\pi$. Panele a prezentują diagramy fazowe natomiast panele od b prezentują rozkłady parametru porządku w przestrzeni rzeczywistej.

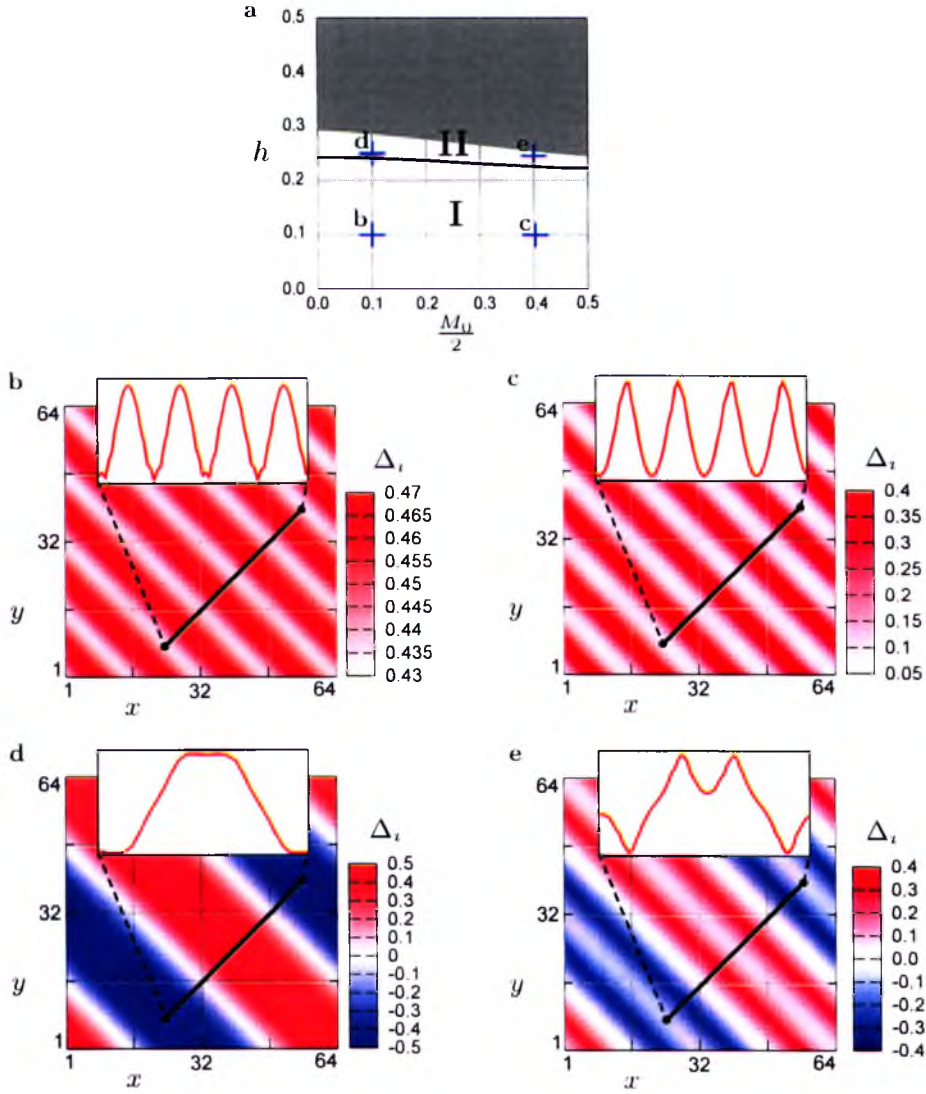
Dane zostaną omówione na podstawie wykresów 4.15, tj. dla nadprzewodnictwa *s-wave* w obecności SDW w kierunku [11]. W przypadku tym możemy wyróżnić trzy obszary na diagramie fazowym pokazanym na panelu a. Szare obszary oznaczają brak nadprzewodnictwa. Panele od b do h prezentują rozkładu OP w przestrzeni rzeczywistej dla wybranych parametrów h oraz M_0 (krzyże na panelu a). W przypadku obszaru I w rozkładzie OP dominuje składowa związana z parami Coopera z zerowym pędem (odpowiada to 4.14.b), w obszarze II dominuje składowa związana z parami Coopera z pędem niezerowym (odpowiada to 4.14.e), natomiast obszar III można traktować jako obszar przejściowy – występują pary Coopera z niezerowym pędem, lecz OP w przestrzeni rzeczywistej nie zmienia znaku (odpowiada to 4.14.b przy $\Delta_0 \simeq \sum_{q \neq 0} \Delta_q$). Warto zauważyć, że dla tego diagramu fazowego, granice pomiędzy obszarami I i II oraz I i III przebiegają odpowiednio w okolicy punktów $M_0 \simeq h_c$ oraz $h \simeq h_c$, przy czym $h_c \simeq 0.24t$. W obszarze I obecność SDW powoduje powstanie względnie małych dodatkowych oscylacji OP - np. panel b. Wzrost amplitudy SDW prowadzi do zerowania nadprzewodzącego OP w miejscach, gdzie SDW osiąga swoje maksimum. Sytuacja wygląda odmiennie dla $h \simeq h_c$. W przypadku braku SDW w okolicach tego pola występuje faza FFLO (jak na rysunku 4.14.d). Obecność SDW powoduje pojawienie się dodatkowej modulacji nadprzewodzącego OP (postaci jak na rysunku 4.14.e). Modyfikacja nadprzewodzącego OP jest najsilniejsza, gdzie SDW posiada maksimum - np. panele e oraz f. Warto zauważyć, że przy stałym polu magnetycznym, maksymalna wartość OP w przestrzeni rzeczywistej słabo zależy od amplitudy SDW - dla



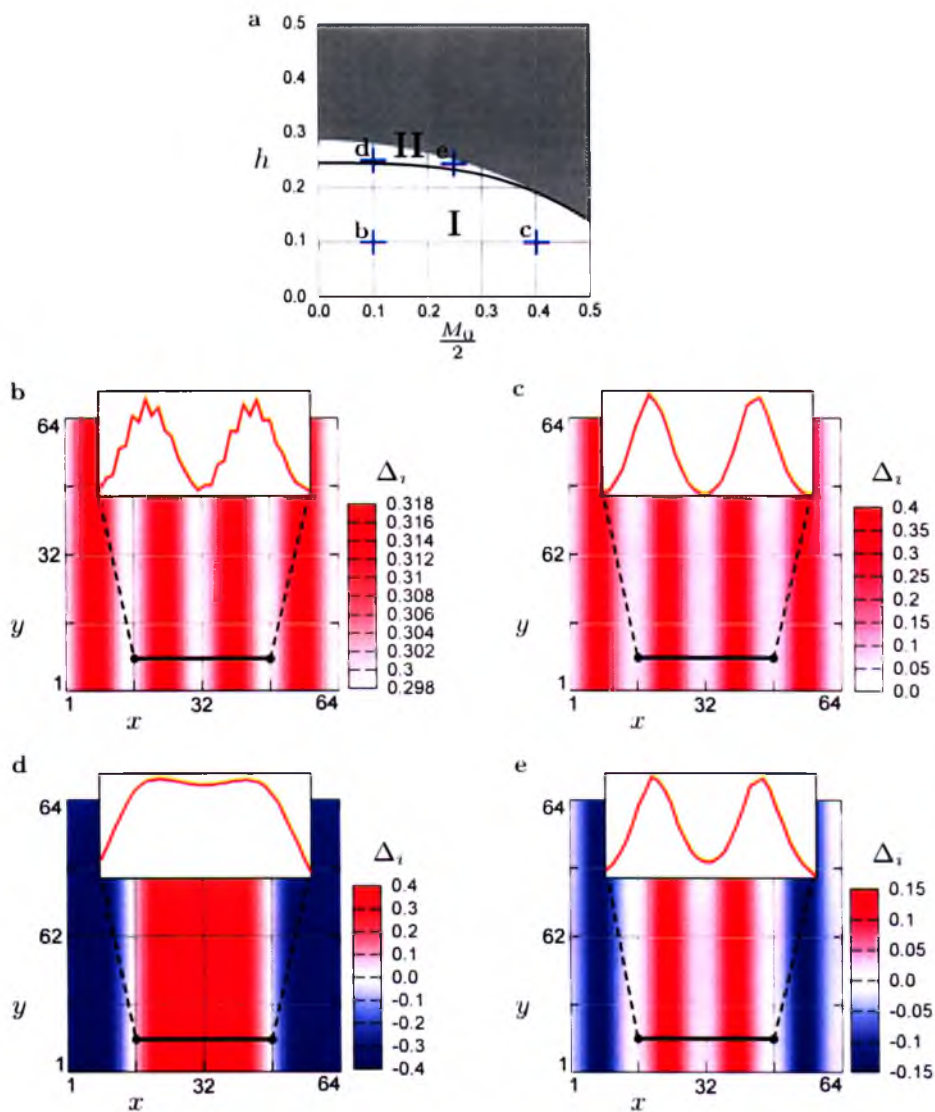
Rysunek 4.15: Wyniki numeryczne dla nadprzewodnictwa s-wave – wyniki dla $Q_{SDW} = (\frac{15}{16}, \frac{15}{16})\pi$. Panel a prezentuje diagram fazowy (opis symboli w tekście), panele b-h przykładowe rozkłady OP w przestrzeni rzeczywistej dla wybranych parametrów (krzyże na panelu b). Panele wewnętrzne prezentują profil parametru porządku w kierunku SDW.



Rysunek 4.16: To samo co 4.15 dla s -wave – wyniki dla $Q_{SDW} = (\frac{15}{16}, 1)\pi$.



Rysunek 4.17: To samo co 4.15 dla d -wave – wynika dla $Q_{SDW} = (\frac{15}{16}, \frac{15}{16})\pi$.



Rysunek 4.18: To samo co 4.15 dla d -wave – wynika dla $Q_{SDW} = (\frac{15}{16}, 1)\pi$.

porównania np panele d oraz g. Istotny tutaj również jest fakt, iż w obecności SDW nadprzewodnictwo FFLO może istnieć w znacznie silniejszych polach magnetycznych niż ma to miejsce bez SDW - np panel h. Podobne wnioski można wyciągnąć dla innych wartości Q_{SDW} , dla których diagramy fazowe prezentowane są na rysunkach 4.16, 4.17 oraz 4.18.

Porównując diagramy fazowe pokazane na rysunkach 4.15 i 4.16 (dla nadprzewodnictwa *s-wave*) oraz 4.17 i 4.18 (dla nadprzewodnictwa *d-wave*) widzimy istotne jakościowe różnice. W przypadku symetrii *s-wave* obecność SDW stabilizuje fazę FFLO, która może występować przy znacznie silniejszych polach niż w układzie bez SDW. W przypadku symetrii *d-wave*, SDW prowadzi zawsze do obniżenia pola krytycznego. Poniżej podamy proste jakościowe wytłumaczenie tego wyniku numerycznego.

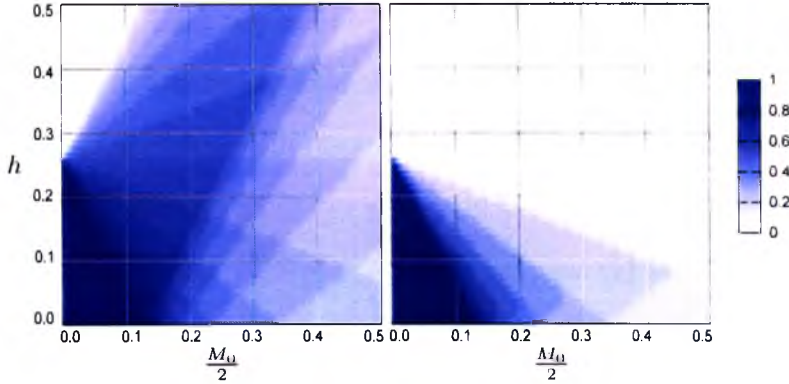
Rozważając hamiltonian (4.28) w przestrzeni rzeczywistej widzimy, że zewnętrzne pole magnetyczne oraz SDW można uwzględnić wprowadzając efektywne lokalne pole magnetyczne $h_{eff}(\mathbf{R}_i) = h + M_i = h + M_0 \cos(\mathbf{Q}_{SDW} \cdot \mathbf{R}_i)$. Ponieważ nadprzewodnictwo *s* powstaje na skutek parowania lokalnego w danym węźle sieci, wyznaczmy średnią ilość węzłów sieci, w których wartość $H_{eff}(\mathbf{R}_i)$ jest mniejsza od wartości pola krytycznego. W tym celu wyliczamy funkcję:

$$\Psi^s = \frac{1}{N} \sum_i \theta(h_c - |h_{eff}(\mathbf{R}_i)|), \quad (4.47)$$

gdzie $\theta(x)$ jest funkcją Heaviside. Podobnie postąpimy w przypadku nadprzewodnictwa o symetrii *d*. Ponieważ źródłem tego nadprzewodnictwa jest parowanie na sąsiednich węzłach sieci, wyznaczamy liczbę wiązań takich, że pole magnetyczne na obu końcach wiązania jest mniejsze od wartości pola krytycznego. Liczymy więc:

$$\Psi^d = \frac{1}{4N} \sum_{\langle i,j \rangle} \theta(h_c - |h_{eff}(\mathbf{R}_i)|) \theta(h_c - |h_{eff}(\mathbf{R}_j)|). \quad (4.48)$$

Zależność $\Psi = \Psi(M_0, h)$ przedstawia wykres 4.19. Prezentowany zakres występowania nadprzewodnictwa na diagramach fazowych (panel a na rysunkach 4.15, 4.16, 4.17 i 4.18)



Rysunek 4.19: Zależność $\Psi = \Psi(M_0, h)$.

zgadza się z zakresem niezerowych wartości parametru Ψ . Istotny jest fakt, że wyniki uzyskane dla nadprzewodnictwa o symetrii *d-wave* mają charakter całkowicie odmienny niż w przypadku nadprzewodnictwa o symetrii *s-wave*. Z porównania diagramów fazowych oraz rysunku 4.19 można wyciągnąć wniosek, że rozkład OP w przestrzeni rzeczywistej określony jest przez efektywne pole magnetyczne na węźle – dla parowania *s-wave* oraz na parze węzłów – w przypadku parowania *d-wave*.

W części tej analizowaliśmy wpływ obecności SDW na fazę FFLO oraz możliwość ich współistnienia. Obecność SDW zwiększał obszar występowania FFLO na diagramie fazowym w przypadku parowania o symetrii *s-wave*. W przypadku parowania o symetrii *d-wave*, wpływ SDW był znikomy. Dodatkowo pokazaliśmy, że bez względu na rodzaj symetrii parowania SDW modyfikuje przestrzenny rozkład OP.

4.4 Podsumowanie

Współistnienie fal gęstości spinów oraz nadprzewodnictwa izotropowego, omawiane po raz pierwszy w [109], stanowi zjawisko bardzo ciekawe. Prezentowane rozważania pokazały, że SDW może być czynnikiem zwiększającym tendencje do powstawania FFLO, oraz podobnie istnienie FFLO może być czynnikiem zwiększającym tendencje do powstawania

SDW (podrozdział 4.2).

Z drugiej strony pokazaliśmy wpływ obecności SDW na rozkład OP w przestrzeni rzeczywistej (podrozdział 4.3). Główne wyniki to:

- powstawanie dodatkowych modulacji OP odpowiadających modulacji SDW,
- znikomy wpływ amplitudy SDW na maksymalne wartości $|\Delta_i|$,
- występowanie $|\Delta_i| > 0$ nawet powyżej h_c w miejscach węzłowych $|M_i|$.

Możliwość współlistnienia nadprzewodnictwa oraz SDW była również rozważana w ramach modeli wielopasmowych w przybliżeniu MF. Pokazano, że parowanie o symetrii *s-wave*, ma o wiele większą szansę na współlistnienie z SDW niż nadprzewodnictwo z inną symetrią OP.[138]

Zakończenie

Prezentowana rozprawa poświęcona jest czynnikom stabilizującym fazę nadprzewodzącą typu Fulde–Ferrella–Larkina–Ovchinnikova, czyli fazę, w której pary Coopera posiadają niezerowy całkowity pęd. We wstępie (rozdział 1, omówione zostały główne cechy fazy FFLO oraz eksperymentalne przesłanki istnienia tej fazy. Ze względu na restrykcyjne wymagania, jakie muszą spełniać materiały, w których można obserwować fazę FFLO, kluczowe było określenie czynników wpływających na stabilność tej fazy. W rozprawie tej przedstawione zostały następujące czynniki:

- wpływ przeskoku par – w rozdziale 2
- wpływ niejednorodności układu (domieszek) – w rozdziale 3
- wpływ fali gęstości spinów – w rozdziale 4

W rozdziale 2 pokazaliśmy, że przeskok par elektronów wpływa na efektywny potencjał parujący. Występowanie przeskoku par elektronowych obniża wartości pola magnetycznego przy którym pojawia się FFLO. Dodatkowo pokazaliśmy możliwość istnienia dwóch różnych faz FFLO – gdy całka przeskoku par J jest mała, otrzymujemy FFLO z małym całkowitym pędem, natomiast dla względnie dużych J otrzymujemy FFLO z pędem

w pobliżu wierzchołków FBZ.

W rozdziale 3 rozważaliśmy wpływ niejednorodności układu (domieszek) na stabilność fazy FFLO. W szczególności chcieliśmy przetestować powszechnie akceptowany pogląd, że faza FFLO występuje jedynie w układach bardzo czystych i nawet niewielka liczba domieszek prowadzi do jej zniszczenia. Okazało się, że taki wniosek był konsekwencją obliczeń prowadzonych tylko z jedną wybraną wartością pędu par Coopera. Tymczasem domieszki prowadzą do dodatkowej lokalnej modulacji nadprzewodzącego parametru porządku. Transformacja Fouriera takiego rozkładu $\Delta(\mathbf{R}_i)$ daje wiele zbliżonych wkładów $\Delta(\mathbf{q})$. Oznacza to, że w układach niejednorodnych może występować nadprzewodnictwo z niezerowym pędem par, jednak należy uwzględnić wiele możliwych wartości pędów. Przestrenny rozkład parametru porządku zgodny z postacią LO powinien zostać zastąpiony bardziej ogólną, którą w rozprawie oznaczałem jako FFLO. Pokazaliśmy dodatkowo, że nieporządek diagonalny powoduje zmniejszenie wartości parametru porządku, natomiast nieporządek pozadiagonalny może powodować jego wzrost.

W chwili obecnej najsilniejsze przesłanki eksperymentalne potwierdzające obecność fazy FFLO dotyczą nadprzewodnictwa ciężkofermionowego $CeCoIn_5$. Jeśli nadprzewodnictwo FFLO faktycznie występuje w tym układzie, to musi ono współistnieć z SDW, którego obecność została jednoznacznie potwierdzona w eksperymentach z rozpraszaniem neutronów. W rozdział 4 pokazaliśmy, że obecność SDW nie tylko nie wyklucza obecności FFLO, lecz przeciwnie jest dodatkowym argumentem przemawiającym za obecnością tej wyjątkowej fazy nadprzewodzącej.

Transformacja Bogolubowa dla układów jednorodnych

Niech dany będzie hamiltonian w przybliżeniu MF opisujący nadprzewodnictwo, w którym pary Coopera posiadają jeden pęd \mathbf{q} w przestrzeni pędów:

$$H = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma} + U \sum_{\mathbf{k}} \left(\Delta c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}^\dagger + \Delta^* c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} \right) - U|\Delta|^2 N, \quad (\text{A.1})$$

gdzie $\mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma}$ opisuje energię elektronu, ze spinem σ w stanie pędowym \mathbf{k} , $U < 0$ jest potencjałem parującym, natomiast $N = \sum_{\mathbf{k}} 1$ jest liczbą wszystkich stanów. W przestrzeni rzeczywistej parametr porządku opisany jest przez równanie (1.1):

$$\Delta_i = \langle c_{i\downarrow} c_{i\uparrow} \rangle = \Delta \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}). \quad (\text{A.2})$$

Przekształcając hamiltonian (A.1), otrzymujemy:

$$\begin{aligned} H &= \sum_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{\mathbf{k}\uparrow} c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{\mathbf{k}\uparrow} + \sum_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} (1 - c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}^\dagger) \\ &+ U \sum_{\mathbf{k}} \left(\Delta c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}^\dagger + \Delta^* c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} \right) - U|\Delta|^2 N, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

co zapisać możemy w postaci macierzowej jako:

$$\begin{aligned}
 H &= \sum_{\mathbf{k}} \begin{bmatrix} c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger & c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{E}_{\mathbf{k}\uparrow} & U\Delta \\ U\Delta^* & -\mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{\mathbf{k}\uparrow} \\ c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}^\dagger \end{bmatrix} + \sum_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} - U|\Delta|^2 N = \\
 &= \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{A}_{\mathbf{k}}^\dagger \cdot \mathbf{H}_{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{A}_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} - U|\Delta|^2 N.
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

W (A.4) definiujemy *spinory Nambu* $\mathbf{A}_{\mathbf{k}}$:

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k}} \equiv \begin{bmatrix} c_{\mathbf{k}\uparrow} \\ c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}^\dagger \end{bmatrix} \quad \text{oraz} \quad \mathbf{A}^\dagger = \begin{bmatrix} c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger & c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} \end{bmatrix} \tag{A.5}$$

oraz macierz:

$$\mathbf{H}_{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} \mathcal{E}_{\mathbf{k}\uparrow} & U\Delta \\ U\Delta^* & -\mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} \end{bmatrix}. \tag{A.6}$$

Otrzymujemy dwie wartości własne:

$$\lambda_{\mathbf{k},\pm} = \zeta_{\mathbf{k}} \pm \sqrt{\eta_{\mathbf{k}}^2 + U^2|\Delta|^2}, \tag{A.7}$$

gdzie:

$$\zeta_{\mathbf{k}} = \frac{\mathcal{E}_{\mathbf{k}\uparrow} - \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}}{2} \quad \text{oraz} \quad \eta_{\mathbf{k}} = \frac{\mathcal{E}_{\mathbf{k}\uparrow} + \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}}{2} \tag{A.8}$$

Macierz $\mathbf{H}_{\mathbf{k}}$ po diagonalizacji przyjmuje postać:

$$\mathbf{H}_{\mathbf{k}}^D = \begin{bmatrix} \lambda_{\mathbf{k},+} & 0 \\ 0 & \lambda_{\mathbf{k},-} \end{bmatrix}. \tag{A.9}$$

Diagonalizację macierzy \mathbf{H}_k dokonać możemy za pomocą macierzy unitarnej \mathbb{U}_k :

$$\mathbb{U}_k \cdot \mathbf{H}_k \cdot \mathbb{U}_k^\dagger = \mathbf{H}_k^D, \quad (\text{A.10})$$

o jawnej postaci:

$$\mathbb{U}_k = \begin{bmatrix} u_k & v_k \\ -v_k & u_k \end{bmatrix}, \quad (\text{A.11})$$

gdzie:

$$u_k^2 + v_k^2 = 1. \quad (\text{A.12})$$

Transformując pierwszy wyraz hamiltonianu (A.4), otrzymujemy:

$$\mathbf{A}_k^\dagger \cdot \mathbf{H}_k \cdot \mathbf{A}_k = \mathbf{A}_k^\dagger \cdot \mathbb{U}_k^\dagger \cdot \mathbb{U}_k \cdot \mathbf{H}_k \cdot \mathbb{U}_k^\dagger \cdot \mathbb{U}_k \cdot \mathbf{A}_k = \mathbf{A}_k^\dagger \cdot \mathbb{U}_k^\dagger \cdot \mathbf{H}_k^D \cdot \mathbb{U}_k \cdot \mathbf{A}_k, \quad (\text{A.13})$$

gdzie $\mathbb{U}_k \cdot \mathbf{A}_k$ oraz $\mathbf{A}_k^\dagger \cdot \mathbb{U}_k^\dagger$ są nowymi spinorami fermionowymi w przestrzeni pędów:

$$\mathbb{U}_k \cdot \mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} u_k & v_k \\ -v_k & u_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{k\uparrow} \\ c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}^\dagger \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_k c_{k\uparrow} + v_k c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}^\dagger \\ -v_k c_{k\uparrow} + u_k c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}^\dagger \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{k,1} \\ \gamma_{k,2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

oraz

$$(\mathbb{U} \cdot \mathbf{A})^\dagger = \mathbf{A}^\dagger \cdot \mathbb{U}^\dagger = \begin{bmatrix} u_k^* c_{k\uparrow}^\dagger + v_k^* c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} & -v_k^* c_{k\uparrow}^\dagger + u_k^* c_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{k,1}^\dagger & \gamma_{k,2}^\dagger \end{bmatrix}, \quad (\text{A.15})$$

przy czym $\gamma_{k,1}$ oraz $\gamma_{k,2}$ (i ich sprzężenia hermitowskie) są operatorami fermionowymi, zachowującymi reguły antykomutacji (np. $\{\gamma_{k,i}, \gamma_{k',j}^\dagger\} = \delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \delta_{i,j}$).

Relacje (A.14) oraz (A.15) jednoznacznie określają *transformację (kanoniczną) Bogo-*

lubowa, która sprowadza hamiltonian (A.1) do postaci:

$$H = \sum_{\mathbf{k},i} \lambda_{\mathbf{k},i} \gamma_{\mathbf{k},i}^\dagger \gamma_{\mathbf{k},i} + \sum_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow} - U|\Delta|^2 N, \quad (\text{A.16})$$

co odpowiada hamiltonianowi gazu nieoddziałujących fermionów. Wartości własne $\lambda_{\mathbf{k},i}$ określają spektrum wzbudzeń układu. Powyższe obliczenia pokazują, że w sytuacji gdy pary Coopera mogą przyjmować jeden niezerowy pęd, standardowa transformacja Bogolubowa diagonalizuje hamiltonian typu MF. Oznacza to, że w przypadku fazy FF nie są one bardziej złożone niż dla fazy BCS.

A.1 Energia swobodna

Energię swobodną (wielki potencjał termodynamiczny) dla danego układu definiujemy poprzez:

$$\Omega = -kT \ln \mathbb{Z} \quad (\text{A.17})$$

gdzie:

$$\mathbb{Z} = \text{Tr} \exp(-\beta H) \quad (\text{A.18})$$

jest *wielką sumą statystyczną*. Minimum energii swobodnej opisuje stan równowagi układu dla $N = \text{const}$, $T = \text{const}$ oraz $\mu = \text{const}$, gdzie N oznacza liczbę węzłów układu, będącą odpowiednikiem objętości.

Na podstawie energii swobodnej układu określić możemy:

- parametr porządku Δ poprzez:

$$0 = \frac{\partial \Omega}{\partial \Delta}, \quad (\text{A.19})$$

- liczbę cząstek w układzie:

$$n = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu}, \quad (\text{A.20})$$

- polaryzację układu:

$$\Delta n = -\frac{\partial \Omega}{\partial h}. \quad (\text{A.21})$$

Jeśli dany jest gaz nieoddziałujących fermionów, opisany hamiltonianem (A.16), wówczas

$$\begin{aligned} \mathbb{Z} &= \text{Tr} \exp(-\beta H) = \text{Tr} \exp \left(-\beta \left(\sum_{\mathbf{k}, i} \lambda_{\mathbf{k}, i} \gamma_{\mathbf{k}, i}^\dagger \gamma_{\mathbf{k}, i} + \mathbb{C} \right) \right) = \\ &= \sum_{n_{\mathbf{k}, i}=0}^1 \exp(-\beta \sum_{\mathbf{k}, i} \lambda_{\mathbf{k}, i} n_{\mathbf{k}, i}) \exp(-\beta \mathbb{C}) = \prod_{\mathbf{k}, i} \sum_{n_{\mathbf{k}, i}=0}^1 \exp(-\beta \lambda_{\mathbf{k}, i} n_{\mathbf{k}, i}) \exp(-\beta \mathbb{C}) = \\ &= \prod_{\mathbf{k}, i} (1 + \exp(-\beta \lambda_{\mathbf{k}, i})) \exp(-\beta \mathbb{C}), \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

gdzie $\mathbb{C} = \sum_{\mathbf{k}} \mathcal{E}_{-\mathbf{k}+\mathbf{q}_\downarrow} - U|\Delta|^2 N$ to wyrazy stałe hamiltonianu. Stąd wprost z definicji mamy:

$$\begin{aligned} \Omega &= -kT \ln \left(\prod_{\mathbf{k}, i} (1 + \exp(-\beta \lambda_{\mathbf{k}, i})) \exp(-\beta \mathbb{C}) \right) = \\ &= -kT \sum_{\mathbf{k}, i} \ln (1 + \exp(-\beta \lambda_{\mathbf{k}, i})) + \mathbb{C}. \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Transformacja Bogolubowa–Valatina dla układów niejednorodnych

B.1 Nadprzewodnictwo o symetrii s

Niech dany będzie hamiltonian w przybliżeniu MF, opisujący nadprzewodnictwo z OP o symetrii s , w układzie niejednorodnym:

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_{\langle i,j \rangle \sigma} (-t_{ij}) c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} - (\mu + \sigma h) \sum_i c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma} + \sum_i V_i c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma} \\
 & + U \sum_i \Delta_i c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\downarrow}^\dagger + U \sum_i \Delta_i^* c_{i\downarrow} c_{i\uparrow} - U \sum_i |\Delta_i|^2 N.
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

Złamanie symetrii translacyjnej może wynikać z elementów pozadiagonalnych t_{ij} , jak i z lokalnych niejednorodności diagonalnych V_i (np. potencjału domieszek). W dalszej części przyjmujemy $t_{ij\sigma} = t_{ij} + (\mu + \sigma h + V_i) \delta_{ij}$, $U < 0$ jest potencjałem parującym, natomiast $\Delta_i = \langle c_{i\downarrow} c_{i\uparrow} \rangle$. Hamiltonian ten sprowadzamy do postaci hamiltonianu gazu nie-

oddziałujących fermionów:

$$H_{BG} = \sum_{n\sigma} E_{n\sigma} \gamma_{n\sigma}^\dagger \gamma_{n\sigma} + \text{const}, \quad (\text{B.2})$$

poprzez transformację Bogolubowa–Valatina:

$$c_{i\sigma} = \sum_n \left(u_{in\sigma} \gamma_{n\sigma} - \sigma v_{in\sigma}^* \gamma_{n\bar{\sigma}}^\dagger \right), \quad (\text{B.3})$$

gdzie $\gamma_{n\sigma}$ i $\gamma_{n\sigma}^\dagger$ są nowym operatorem fermionowym *quasi*-cząstek, natomiast współczynniki $u_{in\sigma}$ oraz $v_{in\sigma}$ są składowymi wektorów własnych zagadnienia opisanego hamiltonianem (B.1). Wartości tych współczynników określamy, poprzez równania Bogolubowa-de Gennesa (BdG).

Równania Bogolubowa–de Gennesa

W celu określenia współczynników $u_{in\sigma}$ oraz $v_{in\sigma}$ wykonujemy następujące operacje:

1. określamy:

$$[c_{i\sigma}, H] = \sum_{\langle i,j \rangle} (-t_{ij\sigma}) c_{j\sigma} + \sigma U \Delta_i c_{i\bar{\sigma}}^\dagger. \quad (\text{B.4})$$

2. dokonujemy transformacji Bogolubowa-Valatina (B.3) komutatora z poprzedniego kroku:

$$\begin{aligned} [c_{i\sigma}, H] &= \sum_{\langle i,j \rangle} (-t_{ij\sigma}) \sum_n \left(u_{jn\sigma} \gamma_{n\sigma} - \sigma v_{jn\sigma}^* \gamma_{n\bar{\sigma}}^\dagger \right) + \sigma U \Delta_i \sum_n \left(u_{in\bar{\sigma}}^* \gamma_{n\bar{\sigma}}^\dagger + \sigma v_{in\bar{\sigma}} \gamma_{n\sigma} \right) = \\ &= \sum_n \left(\sum_{\langle i,j \rangle} u_{jn\sigma} (-t_{ij\sigma}) + v_{in\bar{\sigma}} U \Delta_i \right) \gamma_{n\sigma} + \sigma \sum_n \left(u_{in\bar{\sigma}}^* U \Delta_i + \sum_{\langle i,j \rangle} v_{jn\sigma}^* t_{ij\sigma} \right) \gamma_{n\bar{\sigma}}^\dagger. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

3. określamy komutator z kroku pierwszego, przyjmując $c_{i\sigma}$ jak w (B.3) i pamiętając, że zachodzi $H = H_{BG}$:

$$[c_{i\sigma}, H] = \sum_n u_{in\sigma} E_{n\sigma} \gamma_{n\sigma} + \sigma \sum_n v_{in\sigma}^* E_{n\bar{\sigma}} \gamma_{n\bar{\sigma}}^\dagger. \quad (\text{B.6})$$

Z porównania komutatorów w kroku 2 i 3 mamy:

$$\begin{aligned} \sum_n u_{in} E_{n\sigma} \gamma_{n\sigma} &= \sum_n \left(\sum_{\langle i,j \rangle} u_{jn\sigma} (-t_{ij\sigma}) + v_{in\bar{\sigma}} U \Delta_i \right) \gamma_{n\sigma}, \\ \sum_n v_{in\sigma}^* E_{n\bar{\sigma}} \gamma_{n\bar{\sigma}}^\dagger &= \sum_n \left(u_{in\bar{\sigma}}^* U \Delta_i + \sum_{\langle i,j \rangle} v_{jn\sigma}^* t_{ij\sigma} \right) \gamma_{n\bar{\sigma}}^\dagger. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Dokonujemy sprzężenia hermitowskiego drugiego równania przy jednoczesnej zmianie spinu $\sigma \rightarrow \bar{\sigma}$. Otrzymujemy:

$$\sum_n v_{in\bar{\sigma}} E_{n\sigma} \gamma_{n\sigma} = \sum_n \left(u_{in\sigma} U \Delta_i^* + \sum_{\langle i,j \rangle} v_{jn\bar{\sigma}} t_{ij\bar{\sigma}}^* \right) \gamma_{n\sigma}. \quad (\text{B.8})$$

Na podstawie równań (B.7) oraz (B.8) otrzymujemy równania:

$$E_{n\sigma} \begin{pmatrix} u_{in\sigma} \\ v_{in\bar{\sigma}} \end{pmatrix} = \sum_j \begin{pmatrix} -t_{ij\sigma} & U \Delta_j \delta_{ij} \\ U \Delta_j^* \delta_{ij} & t_{ij\bar{\sigma}}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{jn\sigma} \\ v_{jn\bar{\sigma}} \end{pmatrix}, \quad (\text{B.9})$$

które nazywamy *równaniami Bogolubowa–de Gennesa* (BdG) – pozwalają one określić wartości współczynników $u_{in\sigma}$ oraz $v_{in\sigma}$, jak również wartości własne $E_{n\sigma}$ zagadnienia (B.2) – zatem równania BdG stanowią rozwiązanie zagadnienia własnego hamiltonianu (B.1). Dla wyrażenia $\Delta_i = \langle c_{i\downarrow} c_{i\uparrow} \rangle$ otrzymujemy:

$$\Delta_i = \langle c_{i\downarrow} c_{i\uparrow} \rangle = \sum_n \left(u_{in\uparrow} v_{in\downarrow}^* f(E_{n\uparrow}) - u_{in\downarrow} v_{in\uparrow}^* f(-E_{n\downarrow}) \right) = \sum_n u_{in\uparrow} v_{in\downarrow}^* \operatorname{tgh} \left(\frac{\beta E_{n\uparrow}}{2} \right). \quad (\text{B.10})$$

W celu wyznaczenia Δ_i rozwiązujemy samozgodnie równania (B.9) oraz (B.10).

B.2 Nadprzewodnictwo o symetrii d

Rozpatrujemy układ opisany hamiltonianem w przybliżeniu MF, opisujący nadprzewodnictwo z OP o symetrii d , w układzie niejednorodnej:

$$H = \sum_{\langle i,j \rangle \sigma} (-t_{ij\sigma}) c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} + V \sum_{\langle i,j \rangle} \Delta_{ij} c_{i\uparrow}^\dagger c_{j\downarrow}^\dagger + V \sum_{\langle i,j \rangle} \Delta_{ij}^* c_{j\downarrow} c_{i\uparrow} - 2V \sum_{\langle i,j \rangle} |\Delta_{ij}|^2 N, \quad (\text{B.11})$$

gdzie $V < 0$ jest potencjałem parującym oraz $\Delta_{ij} = \langle c_{i\downarrow} c_{j\uparrow} \rangle$. Wykorzystując transformację Bogolubowa–Valatina postaci (B.3), zagadnienie własne hamiltonianu sprowadza się do równań BdG postaci:

$$E_{n\sigma} \begin{pmatrix} u_{in\sigma} \\ v_{in\bar{\sigma}} \end{pmatrix} = \sum_j \begin{pmatrix} -t_{ij\sigma} & V\Delta_{ij} \\ V\Delta_{ij}^* & t_{ij\bar{\sigma}}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{jn\sigma} \\ v_{jn\bar{\sigma}} \end{pmatrix} \quad (\text{B.12})$$

oraz OP dany jako:

$$\Delta_{ij} = \langle c_{j\downarrow} c_{i\uparrow} \rangle = V \sum_n \left(u_{in\uparrow} v_{jn\downarrow}^* f(E_{n\uparrow}) - u_{jn\downarrow} v_{in\uparrow}^* f(-E_{n\downarrow}) \right) = \sum_n u_{in\uparrow} v_{jn\downarrow}^* \operatorname{tgh} \left(\frac{\beta E_{n\uparrow}}{2} \right). \quad (\text{B.13})$$

B.3 Równania Bogolubowa–de Gennesa w przestrzeni pędowej

Transformacja Bogolubowa–Valatina (B.3) jest również dobrze zdefiniowana dla przestrzeni pędowej:

$$c_{k\sigma} = \sum_n \left(u_{kn\sigma} \gamma_{n\sigma} - \sigma v_{kn\sigma}^* \gamma_{n\bar{\sigma}}^\dagger \right). \quad (\text{B.14})$$

Przy pomocy transformacji tej rozwiązać możemy zagadnienie własne hamiltonianu opisującego nadprzewodnictwo z OP danym poprzez (1.3):

$$H = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma} + \bar{U} \sum_{\mathbf{k},q} \left(\Delta_q c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}+q\downarrow}^\dagger + \Delta_q^* c_{-\mathbf{k}+q\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} \right) - \sum_q \bar{U} |\Delta_q|^2 N, \quad (\text{B.15})$$

gdzie \bar{U} jest efektywnym potencjałem parującym.

Wyprowadzenie równań BdG w tym przypadku odbywa się zgodnie z procedurą opisaną w podrozdziale B.1. Ostatecznie równania BdG przyjmują postać:

$$E_{n\sigma} \begin{pmatrix} u_{kn\sigma} \\ v_{kn\bar{\sigma}} \end{pmatrix} = \sum_l \begin{pmatrix} \mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma} \delta_{\mathbf{k},l} & \bar{U} \Delta_{\mathbf{k},l} \\ \bar{U} \Delta_{\mathbf{k},l}^* & -\mathcal{E}_{\mathbf{k}\bar{\sigma}} \delta_{\mathbf{k},l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{ln\sigma} \\ v_{ln\bar{\sigma}} \end{pmatrix}, \quad (\text{B.16})$$

gdzie $\Delta_{\mathbf{k},l} = \sum_q \Delta_q \delta_{\mathbf{k},-l+q}$ są elementami macierzowymi, odpowiadającymi OP.

B.4 Własności równań Bogolubowa–de Gennesa

Weźmy równania BdG w ogólnej postaci (B.12). Hamiltonian, który został sprowadzony do tego zagadnienia, charakteryzuje się symetrią względem odwrócenia czasu. Wykorzystanie tej własności znacznie upraszcza obliczenia wielkości fizycznych.

Wykorzystujemy transformację daną przez:

$$\Theta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.17})$$

Otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \sum_j \Theta \begin{pmatrix} -t_{ij\sigma} & V\Delta_{ij} \\ V\Delta_{ij}^* & t_{ij\bar{\sigma}}^* \end{pmatrix} \Theta^{-1} \Theta \begin{pmatrix} u_{jn\sigma} \\ v_{jn\bar{\sigma}} \end{pmatrix} &= E_{n\sigma} \Theta \begin{pmatrix} u_{in\sigma} \\ v_{in\bar{\sigma}} \end{pmatrix} \Rightarrow \\ \sum_j \begin{pmatrix} -t_{ij\bar{\sigma}} & V\Delta_{ij}^* \\ V\Delta_{ij} & t_{ij\sigma}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -v_{jn\bar{\sigma}} \\ u_{jn\sigma} \end{pmatrix} &= -E_{n\sigma} \begin{pmatrix} -v_{in\bar{\sigma}} \\ u_{in\sigma} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Dokonując sprzężenia zespolonego czynników w powyższym równaniu, otrzymujemy macierz, której zagadnienie własne dane jest jako:

$$\sum_j \begin{pmatrix} -t_{ij\bar{\sigma}} & V\Delta_{ij} \\ V\Delta_{ij}^* & t_{ij\sigma}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{jn\bar{\sigma}} \\ v_{jn\sigma} \end{pmatrix} = E_{n\bar{\sigma}} \begin{pmatrix} u_{in\bar{\sigma}} \\ v_{in\sigma} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.19})$$

Z porównania obu zagadnień, otrzymujemy, że jeśli $(u_{in\sigma}, v_{in\bar{\sigma}})$ jest wektorem własnym odpowiadającym wartości własnej $E_{n\sigma}$, to wektor $(-v_{in\sigma}^*, u_{in\bar{\sigma}}^*)$ jest wektorem własnym odpowiadającym wartości własnej $-E_{n\bar{\sigma}}$.

Równowagowe funkcje Greena

Termodynamiczne *funkcje Greena (Keldysha)* są formalizmem matematycznym pomocnym między innymi w rozwiązywaniu zagadnień, związanych ze średnimi iloczynu operatorów. Podstawę tego formalizmu stanowią funkcje:

- funkcja Greena $G^>$

$$G^>(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t') = \frac{1}{i} \langle \hat{A}_{\mathbf{r}}(t) \hat{B}_{\mathbf{r}'}(t') \rangle, \quad (\text{C.1})$$

- funkcja Greena $G^<$

$$G^<(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t') = i \langle \hat{A}_{\mathbf{r}}(t) \hat{B}_{\mathbf{r}'}(t') \rangle, \quad (\text{C.2})$$

gdzie $\hat{A}_{\mathbf{r}}(t)$ są operatorami zmiennymi w czasie, określonymi dla danego punktu przestrzeni, natomiast $\langle . \rangle$ oznacza wartość oczekiwaną dla rozważanego zagadnienia.

Dodatkowo określa się:

- retardowaną funkcję Greena G^r

$$G^r(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t') = \theta(t - t') (G^>(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t') + \xi G^<(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t')), \quad (\text{C.3})$$

- adwansowaną funkcję Greena G^a

$$G^a(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t') = -\theta(t' - t) (G^>(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t') + \xi G^<(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t')), \quad (\text{C.4})$$

- kauzalną (przyczynową) funkcję Greena G^c

$$G^c(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t') = \theta(t - t') G^>(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t') - \xi \theta(t' - t) G^<(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t'), \quad (\text{C.5})$$

gdzie:

$$\theta(x) = \begin{cases} 0 & \Leftrightarrow x < 0 \\ 1 & \Leftrightarrow x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

jest funkcją skokową Heaviside'a, natomiast $\xi = -1$ lub $+1$ odpowiednio dla operatorów fermionowych lub bozonowych.

W praktyce jednak rozpatruje się transformaty Fouriera funkcji Greena, których wyznaczenie jest łatwiejsze. Definiuje się zatem funkcje (również często nazywane funkcjami Greena):

$$\langle\langle \hat{A}_{\mathbf{r}}(t) | \hat{B}_{\mathbf{r}'}(t') \rangle\rangle_{\omega} = \int_{-\infty}^{+\infty} G(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t') \exp(-i\omega(t - t')) d(t - t'), \quad (\text{C.7})$$

przy czym transformata odwrotną przyjmuje postać:

$$G(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle\langle \hat{A}_{\mathbf{r}}(t) | \hat{B}_{\mathbf{r}'}(t') \rangle\rangle_{\omega} \exp(i\omega(t - t')) d\omega, \quad (\text{C.8})$$

Retardowaną oraz adwansowaną funkcję Greena określa się na podstawie $\langle\langle \hat{A}_{\mathbf{r}}(t) | \hat{B}_{\mathbf{r}'}(t') \rangle\rangle_{\omega}$, poprzez dokonanie tzw. *kontynuacji analitycznej*, co sprawdza się do podstawienia $\omega \rightarrow \omega + i\varepsilon^+$ dla funkcji adwansowanej oraz $\omega \rightarrow \omega - i\varepsilon^+$ dla funkcji retardowanej.

C.1 Wyznaczanie funkcji Greena

Funkcję Greena określa się, wykorzystując równania ruchu:

- lewostronne równanie ruchu postaci:

$$\omega \langle \langle \hat{A}_{\mathbf{r}} | \hat{B}_{\mathbf{r}'} \rangle \rangle_{\omega} = \langle [\hat{A}_{\mathbf{r}}, \hat{B}_{\mathbf{r}'}]_{\xi} \rangle + \langle \langle [\hat{A}_{\mathbf{r}}, H]_{\xi} | \hat{B}_{\mathbf{r}'} \rangle \rangle_{\omega}, \quad (\text{C.9})$$

- prawostronne równanie ruchu postaci:

$$\omega \langle \langle \hat{A}_{\mathbf{r}} | \hat{B}_{\mathbf{r}'} \rangle \rangle_{\omega} = \langle [\hat{A}_{\mathbf{r}}, \hat{B}_{\mathbf{r}'}]_{\xi} \rangle - \langle \langle \hat{A}_{\mathbf{r}} | [\hat{B}_{\mathbf{r}'}, H]_{\xi} \rangle \rangle_{\omega}, \quad (\text{C.10})$$

gdzie H jest hamiltonianem rozpatrywanego układu, natomiast $[\hat{a}, \hat{b}]_{\xi} = \hat{a}\hat{b} - \xi\hat{b}\hat{a}$ oznacza komutator ($\xi = 1$ w przypadku operatorów bozonowych) lub antykomutator ($\xi = -1$ w przypadku operatorów fermionowych) dla odpowiednich operatorów.

Bibliografia

- [1] H. Kamerling-Onnes, *Akad. can Wetenschappen*, **14**, (1911) 818.
- [2] L. D. Landau, *Phys. Z. der Sowjet Union* **11**, (1937) 26; **11**, (1937) 129.
- [3] W. Ł. Ginzburg, L. D. Landau, *Z. Eksp. Teor. Fiz.* **20**, (1950) 1064.
- [4] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **108**, (1957) 1175.
- [5] F. Steglich, J. Aarts, C. D. Bredl, W. Lieke, D. Meschede, W. Franz, and H. Schäfer, *Phys. Rev. Lett.* **43**, (1979) 1892.
- [6] H. R. Ott, H. Rudigier, Z. Fisk and J. L. Smith, *Phys. Rev. Lett.* **50**, (1983) 1595.
- [7] G. R. Stewart, Z. Fisk, J. O. Willis, and J. L. Smith, *Phys. Rev. Lett.* **52**, (1984) 679.
- [8] B. S. Shivaram, Y. H. Jeong, T. F. Rosenbaum, and D. G. Hinks, *Phys. Rev. Lett.* **56**, (1986) 1078.
- [9] T. T. M. Palstra, A. A. Menovsky, J. van den Berg, A. J. Dirkmaat, P. H. Kes, G. J. Nieuwenhuys, and J. A. Mydosh, *Phys. Rev. Lett.* **55**, (1985) 2727.
- [10] D. Jérôme, A. Mazaud, M. Ribault and K. Bechgaard, *J. Physique Lett.* **41**, (1980) 95.

- [11] K. Bechgaard, K. Carneiro, M. Olsen, F. B. Rasmussen, and C. S. Jacobsen, *Phys. Rev. Lett.* **46**, (1981) 852.
- [12] W. N. Hardy, D. A. Bonn, D. C. Morgan, R. Liang, and K. Zhang, *Phys. Rev. Lett.* **70**, (1993) 3999.
- [13] D. H. Wu, J. Mao, S. N. Mao, J. L. Peng, X. X. Xi, T. Venkatesan, R. L. Greene, and S. M. Anlage, *Phys. Rev. Lett.* **70**, (1993) 85.
- [14] J. G. Bednorz, K. A. Müller, *Z Phys.*, **64**, (1986) 189.
- [15] M. K. Wu, J. R. Ashburn, and C. J. Torng, P. H. Hor, R. L. Meng, L. Gao, Z. J. Huang, Y. Q. Wang, and C. W. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **58**, (1987) 908
- [16] H. Takahashi, K. Igawa, K. Arii, Y. Kamihara, Ma. Hirano, and H. Hosono, *Nature* **453**, (2008) 376.
- [17] X. H. Chen, T. Wu, G. Wu, R. H. Liu, H. Chen, and D. F. Fang, *Nature* **453**, (2008) 761.
- [18] F. Hunte, J. Jaroszynski, A. Gurevich, D. C. Larbalestier, R. Jin, A. S. Sefat, M. A. McGuire, B. C. Sales, D. K. Christen, and D. Mandrus, *Nature* **453**, (2008) 903.
- [19] P. Fulde, A. Ferrel, *Phys. Rev.* **135**, (1964) A550.
- [20] A.I.Larkin, Y.N. Ovchinnikov, *Sov. Phys. JETP* **20**, (1964) 762.
- [21] H. Shimahara, *J. Phys. Soc. Jpn.* **67**, (1998) 736.
- [22] C. Mora and R. Combescot, *Phys. Rev. B* **71**, (2005) 214504.
- [23] R. Combescot and G. Tonini, *Phys. Rev. B* **72**, (2005) 094513.
- [24] A. M. Clogston, *Phys. Rev. Lett.* **9**, (1962) 266.

- [25] B. S. Chandrasekhar, *Appl. Phys. Lett.* **1**, (1962) 7.
- [26] L. W. Gruenberg and L. Gunther, *Phys. Rev. Lett.* **16**, (1966) 996.
- [27] M. Tachiki, S. Takahashi, P. Gegenwart, M. Weiden, M. Lang, C. Geibel, F. Steglich, R. Modler, C. Paulsen, and Y. Ōnuki, *Z. Phys. B* **100**, (1996) 369.
- [28] K. Yang and A. H. MacDonald, *Phys. Rev. B* **70**, (2004) 094512.
- [29] C. Capan, A. Bianchi, R. Movshovich, A. D. Christianson, A. Malinowski, M. F. Hundley, A. Lacerda, P. G. Pagliuso, and J. L. Sarrao, *Phys. Rev. B* **70**, (2004) 134513.
- [30] T. Watanabe, Y. Kasahara, K. Izawa, T. Sakakibara, Y. Matsuda, C. J. van der Beek, T. Hanaguri, H. Shishido, R. Settai, and Y. Ōnuki, *Phys. Rev. B* **70**, (2004) 020506(R).
- [31] M. M. Maška and M. Mierzejewski, *Phys. Rev. B* **64**, (2001) 064501.
- [32] M. Mierzejewski and M. M. Maška, *Phys. Rev. B* **60**, (1999) 6300.
- [33] K. Maki, *Physics (Long Island City, N.Y.)* **1**, (1964) 127.
- [34] H. Shimahara, *J. Phys. Soc. Jpn.* **66**, (1997) 541.
- [35] H. Shimahara, *J. Phys. Soc. Jpn.* **68**, (1999) 3069.
- [36] A. B. Vorontsov, J. A. Sauls and M. J. Graf *Phys. Rev. B* **72**, (2005) 184501.
- [37] M. Houzet and V. P. Mineev *Phys. Rev. B* **74**, (2006) 144522.
- [38] L. G. Aslamazov, *Sov. Phys. JETP* **28**, (1969) 773.
- [39] D. F. Agterberg and K. Yang, *J. Phys.: Condens. Matter* **13**, 9259 (2001)
- [40] M. A. Tanatar, T. Ishiguro, H. Tanaka, and H. Kobayashi, *Phys. Rev. B* **66**, (2002) 134503.

- [41] S. Uji, H. Shinagawa, T. Terashima, T. Yakabe, Y. Terai, M. Tokumoto, A. Kobayashi, H. Tanaka, and H. Kobayashi, *Nature* **410**, (2001) 908.
- [42] L. Balicas, J. S. Brooks, K. Storr, S. Uji, M. Tokumoto, H. Tanaka, H. Kobayashi, A. Kobayashi, V. Barzykin, and L. P. Gor'kov, *Phys. Rev. Lett.* **87**, (2001) 067002.
- [43] M. Houzet, A. Buzdin, L. Bulaevskii, and M. Maley, *Phys. Rev. Lett.* **88**, (2002) 227001.
- [44] S. Uji, T. Terashima, M. Nishimura, Y. Takahide, T. Konoike, K. Enomoto, H. Cui, H. Kobayashi, A. Kobayashi, H. Tanaka, M. Tokumoto, E. S. Choi, T. Tokumoto, D. Graf, and J. S. Brooks, *Phys. Rev. Lett.* **97**, (2006) 157001.
- [45] K. Izawa, H. Yamaguchi, T. Sasaki, and Y. Matsuda, *Phys. Rev. Lett.* **88**, (2002) 027002.
- [46] J. Singleton, J. A. Symington, M.-S. Nam, A. Ardavan, M. Kurmoo, and P. Day, *J. Phys.: Condens. Matter* **12**, (2000) L641.
- [47] K. Gloos, R. Modler, H. Schimanski, C. D. Bredl, C. Geibel, F. Steglich, A. I. Buzdin, N. Sato, and T. Komatsubara, *Phys. Rev. Lett.* **70**, (1993) 501.
- [48] R. Modler, P. Gegenwart, M. Lang, M. Deppe, M. Weiden, T. Lühmann, C. Geibel, and F. Steglich, C. Paulsen, J. L. Tholence, N. Sato, T. Komatsubara, Y. Ōnuki, M. Tachiki and S. Takahashi, *Phys. Rev. Lett.* **76**, (1996) 1292.
- [49] A. Yamashita, K. Ishii, T. Yokoo, J. Akimitsu, M. Hedo, Y. Inada, Y. Ōnuki, E. Yamamoto, Y. Haga, and R. Kadono, *Phys. Rev. Lett.* **79**, (1997) 3771.
- [50] M. B. Gaifullin, Y. Matsuda, N. Chikumoto, J. Shimoyama, and K. Kishio, *Phys. Rev. Lett.* **84**, (2000) 2945.

- [51] M. Daniel, E. D. Bauer, S.-W. Han, C. H. Booth, A. L. Cornelius, P. G. Pagliuso, and J. L. Sarrao, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 016406 (2005).
- [52] R. Settai, H. Shishido, S. Ikeda, Y. Murakawa, M. Nakashima, D. Aoki, Y. Haga, H. Harima, and Y. Ōnuki, *J. Phys.: Condens. Matter* **13**, (2001) L627.
- [53] Y. Kawasaki, S. Kawasaki, M. Yashima, T. Mito, G.-Q. Zheng, Y. Kitaoka, H. Shishido, R. Settai, Y. Haga, and Y. Ōnuki, *J. Phys. Soc. Jpn.* **72**, (2003) 2308.
- [54] T. Tayama, A. Harita, T. Sakakibara, Y. Haga, H. Shishido, R. Settai, and Y. Ōnuki, *Phys. Rev. B* **65**, (2002) 180504.
- [55] C. Martin and C. C. Agosta, S. W. Tozer, H. A. Radovan, E. C. Palm, and T. P. Murphy, J. L. Sarrao, *Phys. Rev. B* **71**, (2005) 020503.
- [56] V. F. Correa, T. P. Murphy, C. Martin, K. M. Purcell, E. C. Palm, G. M. Schmiedeshoff, J. C. Cooley, and S. W. Tozer, *Phys. Rev. Lett.* **98**, (2007) 087001.
- [57] K. Kakuyanagi, M. Saitoh, K. Kumagai, S. Takashima, M. Nohara, H. Takagi, and Y. Matsuda, *Phys. Rev. Lett.* **94**, (2005) 047602.
- [58] C. F. Miclea, M. Nicklas, D. Parker, K. Maki, J. L. Sarrao, J. D. Thompson, G. Sparn, and F. Steglich, *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 117001.
- [59] A. Bianchi, R. Movshovich, C. Capan, P. G. Pagliuso, and J. L. Sarrao, *Phys. Rev. Lett.* **91**, (2003) 187004.
- [60] K. Kumagai, M. Saitoh, T. Oyaizu, Y. Furukawa, S. Takashima, M. Nohara, H. Takagi, and Y. Matsuda, *Phys. Rev. Lett.* **97**, (2006) 227002.
- [61] H. A. Radovan, N. A. Fortune, T. P. Murphy, S. T. Hannahs, E. C. Palm, S. W. Tozer, and D. Hall, *Nature* **425**, (2003) 51.

- [62] M. W. Zwierlein, A. Schirotzek, C. H. Schunck and W. Ketterle, *Science* **311**, 492 (2006).
- [63] Immanuel Bloch, J. Dalibard, and Wilhelm Zwerger, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 885 (2008).
- [64] T. K. Koponen, T. Paananen, J.-P. Martikainen, and P. Törmä, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 120403 (2007).
- [65] X.-J. Liu, H. Hu, and P. D. Drummond, *Phys. Rev. A* **78**, 023601 (2008).
- [66] B. Wang, H.-D. Chen, and S. Das Sarma, *Phys. Rev. A* **79**, 051604(R) (2009).
- [67] J. Kaczmarczyk and J. Spałek, *Phys. Rev. B* **79**, 214519 (2009).
- [68] J. Kaczmarczyk and J. Spałek, *J. Phys.: Condens. Matter* **22**, 355702 (2010).
- [69] J. Kaczmarczyk, M. Sadzikowski and J. Spałek *Phys. Rev. B* **84**, 094525 (2011).
- [70] A. Ptok, *J. Supercond. Nov. Magn.* **25**, 1843 (2012).
- [71] Y. Yanase, *Physical Review B* **80**, 220510(R) (2009).
- [72] F. Ye , Y. Chen , Z. D. Wang and F. C. Zhang, *J. Phys.: Condens. Matter* **21**, 355701 (2009)
- [73] Y. Chen, Z. D. Wang, F. C. Zhang, and C. S. Ting, *Phys. Rev. B* **79**, 054512 (2009).
- [74] K.A. Penson, M. Kolb, *Phys. Rev. B* **33**, (1985) 1663.
- [75] J. Hubbard, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A276**, (1963) 238; **A281**, (1964) 401.
- [76] D. K. Campbell, J. Tinka Gammel, and E. Y. Loh, Jr., *Phys. Rev. B* **42**, (1990) 475.
- [77] S. Robaszkiewicz, R. Micnas, and J. Ranninger, *Phys. Rev. B* **36**, (1987) 180.
- [78] S. Robaszkiewicz, B. R. Bułka *Phys. Rev. B*, **59**, (1999) 6430.

-
- [79] A. Rosch, D. Rasch, B. Binz, and M. Vojta, *Phys. Rev. Lett.* **101**, (2008) 265301.
- [80] Y. Ohashi, *Phys. Rev. A* **78**, (2008) 063617.
- [81] A. Kantian, A. J. Daley, and P. Zoller *Phys. Rev. Lett.* **104**, (2010) 240406.
- [82] S. Diehl, W. Yi, A. J. Daley, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **105**, (2010) 227001.
- [83] C. N. Yang, *Phys. Rev. Lett.* **63**, (1989) 2144.
- [84] A. Ptok, M. Mierzejewski, *Acta Physica Polonica A* **114**, (2008) 209.
- [85] M. Mierzejewski, M. Maška, *Phys. Rev. B* **69**, (2004) 054502.
- [86] C. N. Yang and S. Zhang *Mod. Phys. Lett. B* **4**, (1990) 759.
- [87] R. Micnas, J. Ranninger and S. Robaszkiewicz *Rev. Mod. Phys.* **62** (1990) 113.
- [88] B. Jin, *Physica C* **468**, 2378 (2008).
- [89] L. D. Pham, T. Park, S. Maquilon, J. D. Thompson, and Z. Fisk, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 056404 (2006).
- [90] Y. Tokiwa, R. Movshovich, F. Ronning, E. D. Bauer, A. D. Bianchi, Z. Fisk, and J. D. Thompson, *Phys. Rev. B* **82**, (2010) 220502(R).
- [91] P. W. Anderson, *Phys. Rev. Lett.* **3**, (1959) 325.
- [92] T. Xiang and J. M. Wheatley, *Phys. Rev. B* **51**, (1995) 11721.
- [93] A. Ghosal, M. Randeria, and N. Trivedi *Phys. Rev. Lett.* **81**, (1998) 3940.
- [94] Q-H Wang, *Phys. Rev. Lett.* **88**, (2002) 057002.
- [95] Q. Wang, C.-R. Hu, C.-S. Ting, *Phys. Rev. B* **74**, 212501 (2006).

- [96] Q. Wang Q, H.-Y. Chen, C.-R. Hu and C. S. Ting, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 117006 (2006).
- [97] B. Liu and Y. Liang, *Phys. Rev. B* **77**, (2008) 245121.
- [98] M. I. Salkola, A. V. Balatsky, and D. J. Scalapino, *Phys. Rev. Lett.* **77**, (1996) 1841
- [99] M. Ma and P. A. Lee, *Phys. Rev. B* **32**, (1985) 5658.
- [100] T. Park, F. Ronning, H. Q. Yuan, M. B. Salamon, R. Movshovich, J. L. Sarrao and J. D. Thompson, *Nature* **440**, (2006) 65.
- [101] V. A. Sidorov, M. Nicklas, P. G. Pagliuso, J. L. Sarrao, Y. Bang, A. V. Balatsky, and J. D. Thompson *Phys. Rev. Lett.* **89**, (2002) 157004.
- [102] C. Petrovic, S. L. Bud'ko, V. G. Kogan, and P. C. Canfield *Phys. Rev. B* **66**, (2002) 054534.
- [103] J. Rusz, P. M. Oppeneer, N. J. Curro, R. R. Urbano, B.-L. Young, S. Lebégue, P. G. Pagliuso, L. D. Pham, E. D. Bauer, J. L. Sarrao, and Z. Fisk, *Phys. Rev. B* **77**, (2008) 245124.
- [104] C. Capan, Y.-J. Jo, L. Balicas, R. G. Goodrich, J. F. DiTusa, I. Vekhter, T. P. Murphy, A. D. Bianchi, L. D. Pham, J. Y. Cho, J. Y. Chan, D. P. Young, and Z. Fisk, *Phys. Rev. B* **82**, (2010) 035112.
- [105] A. Ptok, *Acta Physica Polonica A* **118**, 420 (2010).
- [106] Q. Wang, C-R. Hu, C-S. Ting, *Phys. Rev. B* **75**, 184515 (2007).
- [107] X.-J. Zuo, J. An, and C.-D. Gong, *Phys. Rev. B* **77**, (2008) 212508.
- [108] X.-J. Zuo and C.-D. Gong, *Europhys. Lett.* **86**, 47004 (2009).

- [109] M. Kenzelmann, Th. Strässle, C. Niedermayer, M. Sigrist, B. Padmanabhan, M. Zolliker, A. D. Bianchi, R. Movshovich, E. D. Bauer, J. L. Sarrao, and J. D. Thompson, *Science* **321**, (2008) 1652.
- [110] T. Park and J. D. Thompson, *New J. Phys.* **11**, (2009) 055062.
- [111] M. Nicklas, O. Stockert, T. Park, K. Habicht, K. Kiefer, L. D. Pham, J. D. Thompson, Z. Fisk, and F. Steglich, *Phys. Rev. B* **76**, 052401 (2007)
- [112] S. Nair, O. Stockert, U. Witte, M. Nicklas, R. Schedler, K. Kiefer, J. D. Thompson, A. D. Bianchi, Z. Fisk, S. Wirth, and F. Steglich, *PNAS* **107**, (2010) 9537.
- [113] V. S. Zapf, E. J. Freeman, E. D. Bauer, J. Petricka, C. Sirvent, N. A. Frederick, R. P. Dickey, and M. B. Maple *Phys. Rev. B* **65**, (2001) 014506.
- [114] J. R. Jeffries, N. A. Frederick, E. D. Bauer, H. Kimura, V. S. Zapf, K.-D. Hof, T. A. Sayles, and M. B. Maple, *Phys. Rev. B* **72**, (2005) 024551.
- [115] P. G. Pagliuso, C. Petrovic, R. Movshovich, D. Hall, M. F. Hundley, J. L. Sarrao, J. D. Thompson, and Z. Fisk, *Phys. Rev. B* **64**, (2001) 100503(R).
- [116] R. R. Urbano, B.-L. Young, N. J. Curro, J. D. Thompson, L. D. Pham, and Z. Fisk. *Phys. Rev. Lett.* **99**, (2007) 146402.
- [117] A. Llobet, A. D. Christianson, Wei Bao, J. S. Gardner, I. P. Swainson, J. W. Lynn, J.-M. Mignot, K. Prokes, P. G. Pagliuso, N. O. Moreno, J. L. Sarrao, J. D. Thompson, and A. H. Lacerda, *Phys. Rev. Lett.* **95**, (2005) 217002.
- [118] M. Yokoyama, H. Amitsuka, K. Matsuda, A. Gawase, N. Oyama, I. Kawasaki, K. Tenya and H. Yoshizawa, *J. Phys. Soc. Jpn.* **75** (2006) 103703.

- [119] M. Yokoyama, N. Oyama, H. Amitsuka, S. Oinuma, I. Kawasaki, K. Tenya, M. Matsuura, K. Hirota, and T. J. Sato, *Phys. Rev. B* **77**, (2008) 224501.
- [120] M. Yokoyama, Y. Ikeda, I. Kawasaki, D. Nishikawa, K. Tenya, K. Kuwahara and H. Amitsuka, *J. Phys.: Conf. Ser.* **200**, (2010) 012239.
- [121] S. K. Goh, J. Paglione, M. Sutherland, E. C. T. O'Farrell, C. Bergemann, T. A. Sayles, and M. B. Maple, *Phys. Rev. Lett.* **101**, (2008) 056402.
- [122] E. D. Bauer, V. A. Sidorov, H. Lee, N. Kurita, F. Ronning, R. Movshovich and J. D. Thompson, *J. Phys.: Conf. Ser.* **200**, 012011 (2010).
- [123] N. apRoberts-Warren, A. P. Dioguardi, A. C. Shockley, C. H. Lin, J. Crocker, P. Klavins, and N. J. Curro, *Phys. Rev. B* **81**, (2010) 180403(R).
- [124] B. M. Andersen, P. J. Hirschfeld, A. P. Kampf, and M. Schmid, *Phys. Rev. Lett.* **99**, (2007) 147002.
- [125] M. Kenzelmann, S. Gerber, N. Egetenmeyer, J. L. Gavilano, Th. Strässle, A. D. Bianchi, E. Ressouche, R. Movshovich, E. D. Bauer, J. L. Sarrao, and J. D. Thompson, *Phys. Rev. Lett.* **104**, (2010) 127001.
- [126] B.-L. Young, R. R. Urbano, N. J. Curro, J. D. Thompson, J. L. Sarrao, A. B. Vorontsov, and M. J. Graf, *Phys. Rev. Lett.* **98**, (2007) 036402.
- [127] G. Koutroulakis, V. F. Mitrović, M. Horvatić, C. Berthier, G. Lapertot, and J. Flouquet, *Phys. Rev. Lett.* **101**, (2008) 047004.
- [128] G. Koutroulakis, M. D. Stewart, Jr., V. F. Mitrović, M. Horvatić, C. Berthier, G. Lapertot, and J. Flouquet, *Phys. Rev. Lett.* **104**, (2010) 087001.

- [129] N. J. Curro, B.-L. Young, R. R. Urbano and M. J. Graf, *J. Low. Temp. Phys.* **158**, (2010) 635.
- [130] Y. Yanase and M. Sigrist, *J. Phys.: Conf. Ser.* **150**, (2009) 052287.
- [131] Y. Yanase and M. Sigrist, *J. Phys. Soc. Jpn.* **78**, (2009) 114715.
- [132] Y. Yanase and M. Sigrist, *J. Phys.: Condens. Matter* **23**, (2011) 094219.
- [133] A. W. Overhauser, *Phys. Rev.* **128**, (1962) 1437.
- [134] D. J. Kim, *New Perspectives in Magnetism of Metals* (Kluwer Academic, Dordrecht/Plenum, New York, 1999).
- [135] T. Moriya, *Spin Fluctuations in Itinerant Electron Magnetism*, Springer Series in Solid-State Science Vol. 56 (Springer-Verlag, Berlin, 1985).
- [136] K. Miyake *J. Phys. Soc. Jpn.* **77**, (2008) 123703.
- [137] K. M. Suzuki, M. Ichioka, and K. Machida, *Phys. Rev. B* **83**, 140503(R) (2011).
- [138] A. B. Vorontsov, M. G. Vavilov, and A. V. Chubukov, *Phys. Rev. B* **81**, 174538 (2010).

